Neutronique

2. Cinétique des Réacteurs

Cinétique ponctuelle, équations de Nordheim

1. Produits de fission, radioactivité $\beta-$

On considère la réaction de fission suivante :

$$\mathrm{n} + {}^{235}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{140}\mathrm{Xe} + {}^{94}\mathrm{Sr} + \square\mathrm{n}$$

Déterminez le nombre de neutrons émis. Calculez l'énergie libérée.

Le Xénon ${}^{140}\mathrm{Xe}$ se désintègre par désintégration $\beta-$ en une succession d'isotopes instables, jusqu'au Cérium ${}^{140}\mathrm{Ce}$, stable. Écrivez les équations des réactions successives.

Le Strontium ${}^{94}\mathrm{Sr}$ se désintègre en Ytrium, puis en zirconium, stable. Écrivez de même les désintégrations successives.

Ecrivez le bilan final énergétique de la fission une fois que toutes les désintégrations successives ont eu lieu.

Données :

$\Delta^{235}\mathrm{U} = 40.9207\,\mathrm{MeV}$, $\Delta n = 8.0713\,\mathrm{MeV}$, $\Delta^{140}\mathrm{Xe} = -72.9865\,\mathrm{MeV}$, $\Delta^{140}\mathrm{Ce} = -88.0792\,\mathrm{MeV}$, $\Delta^{94}\mathrm{Sr} = -78.8457\,\mathrm{MeV}$, $\Delta^{94}\mathrm{Zr} = -87.2709\,\mathrm{MeV}$.

2. Réactivité. Cinétique sans neutrons retardés

Après une génération, le nombre de neutrons dans un réacteur augmente d'un facteur k_{eff}. Le temps de vie moyen d'une génération de neutrons est typiquement de $\ell = 2.5 \times 10^{-5}$ s pour un réacteur à eau légère. Montrez que le flux $\phi(t)$ de neutrons suit une loi exponentielle. Exprimez votre résultat en fonction de la réactivité ρ. Si $k_{\text{eff}} = 1.0001$, calculez l'augmentation du flux de neutrons au bout d'une seconde. À votre avis, le contrôle d'une telle réaction en chaîne est-il possible par des opérateurs humains ?

3. Cinétique ponctuelle à un seul groupe de précurseurs

Retrouvez les équations de Nordheim : on ne considérera qu'un seul groupe de précurseurs de neutrons retardés, de fraction β, et de vie moyenne $\tau = 1/\lambda$.

Résolvez ces équations pour un saut de réactivité $\rho < \beta$.

4. Pilotage du réacteur

Créneau de réactivité. On considère un réacteur en fonctionnement, sans source. La population initiale de neutrons est supposée critique : que vaut ρ ?

On impose un échelon de réactivité $\rho > 0$ pendant un intervalle de temps T, Puis on redescend à la criticité. En supposant que le saut-prompt (ou la chute-prompte) est immédiat (“approximation du saut-prompt”), ou encore que la durée de vie des neutrons prompts est nulle, calculer la densité de neutrons en fonction du temps.

Reprendre les bilans de neutrons et de précurseurs. Lors d’une variation de réactivité de ρ_0 à ρ, le mouvement prompt est donné par la formule :

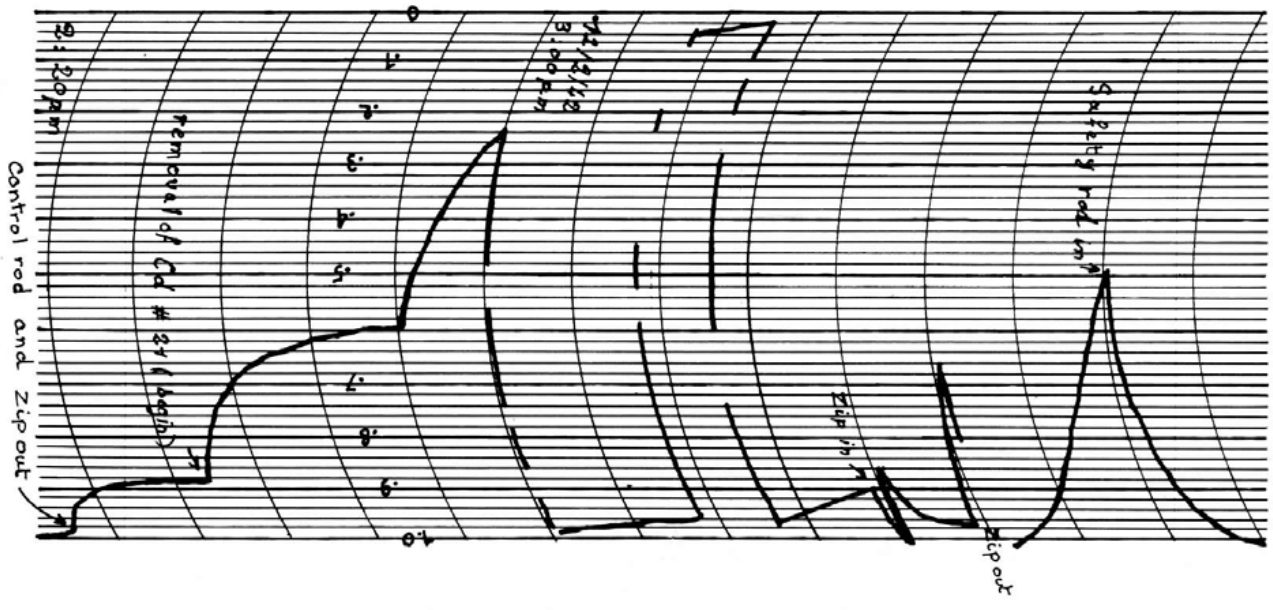
$$n_1 = \frac{\beta - \rho_0}{\beta - \rho} n_0$$

On peut faire cette approximation en considérant que les neutrons prompts ont une très courte durée de vie.

Fonctionnement avec une source de neutrons. Il est courant d’utiliser une source de neutrons pendant le démarrage d’un réacteur. Il s’agit en général d’un dispositif combinant un émetteur alpha et du bérylium-9.

On considère un milieu sous-critique de coefficient multiplicateur $k_{\text{eff}} < 1$ contenant une source de neutrons produisant S neutrons par seconde et par cm^3. Ecrire les bilans en neutrons et en précurseurs, et déterminer les conditions pour lesquelles ces populations peuvent être stationnaires.

Pile de Fermi. Interprétez la courbe du flux neutronique mesuré dans la pile de Fermi. Le dispositif baptisé “zip” est une des barres mobiles d’absorbant neutronique pouvant être retirée ou insérée dans la pile.



Enregistrement de la première divergence du réacteur CP1 (Chicago Pile n° 1)
le mercredi 2 décembre 1942.

5. Cinétique ponctuelle à un seul groupe : transformée de Laplace (Bonus : difficile)

Un outil mathématique pratique pour résoudre les équations de Nordheim est la transformée de Laplace, qui à toute fonction dite *causale* (*i.e.* telle que $f(t) = 0$ si $t < 0$), associe une transformée $F(s)$ définie par :

$$\mathrm{F}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{+\infty} \mathrm{e}^{-st} f(t)\, \mathrm{d}t$$

Les transformées usuelles sont données à la fin de l'énoncé. On donne la transformée d'un échelon $h(t) = A \cdot u(t)(1 - u(t-T))$ de durée T et de hauteur A :

$$\mathcal{L}\{h(t)\} = \int_{0^-}^{+\infty} \mathrm{e}^{-st} h(t)\, \mathrm{d}t = \frac{A}{s}\left(1 - e^{-Ts}\right)$$

Résolvez les équations de Nordheim à un seul groupe de précurseurs pour un saut de réactivité $\rho < \beta$. Faites de même pour un échelon de réactivité de hauteur $\rho < \beta$ et de durée T.

TABLE 15.1

Properties of the Laplace transform.

Property	$f(t)$	$F(s)$
Linearity	$a_1f_1(t) + a_2f_2(t)$	$a_1F_1(s) + a_2F_2(s)$
Scaling	$f(at)$	$\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$
Time shift	$f(t-a)u(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
Frequency shift	$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
Time differentiation	$\frac{df}{dt}$	$sF(s) - f(0^-)$
	$\frac{d^2f}{dt^2}$	$s^2F(s) - sf(0^-) - f'(0^-)$
	$\frac{d^3f}{dt^3}$	$s^3F(s) - s^2f(0^-) - sf'(0^-) - f''(0^-)$
	$\frac{d^nf}{dt^n}$	$s^nF(s) - s^{n-1}f(0^-) - s^{n-2}f'(0^-) - \cdots - f^{(n-1)}(0^-)$
Time integration	$\int_0^t f(x)dx$	$\frac{1}{s}F(s)$
Frequency differentiation	$tf(t)$	$-\frac{d}{ds}F(s)$
Frequency integration	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty F(s)ds$
Time periodicity	$f(t) = f(t+nT)$	$\frac{F_1(s)}{1-e^{-sT}}$
Initial value	$f(0)$	$\lim_{s\to\infty} sF(s)$
Final value	$f(\infty)$	$\lim_{s\to 0} sF(s)$
Convolution	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(s)F_2(s)$

TABLE 15.2

Laplace transform pairs.*

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
t^ne^{-at}	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sin(\omega t + \theta)$	$\frac{s\sin\theta + \omega\cos\theta}{s^2+\omega^2}$
$\cos(\omega t + \theta)$	$\frac{s\cos\theta - \omega\sin\theta}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at}\sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at}\cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

*Defined for $t \ge 0$; $f(t) = 0$, for $t < 0$.