

---

**UPMC – M2 Ingénierie pour le Nucléaire**

# **Neutronique**

## **04. – Absorption résonante**

---

Laurent Le Guillou  
UPMC / LPNHE

llg@lpnhe.in2p3.fr

# Plan général du cours

---

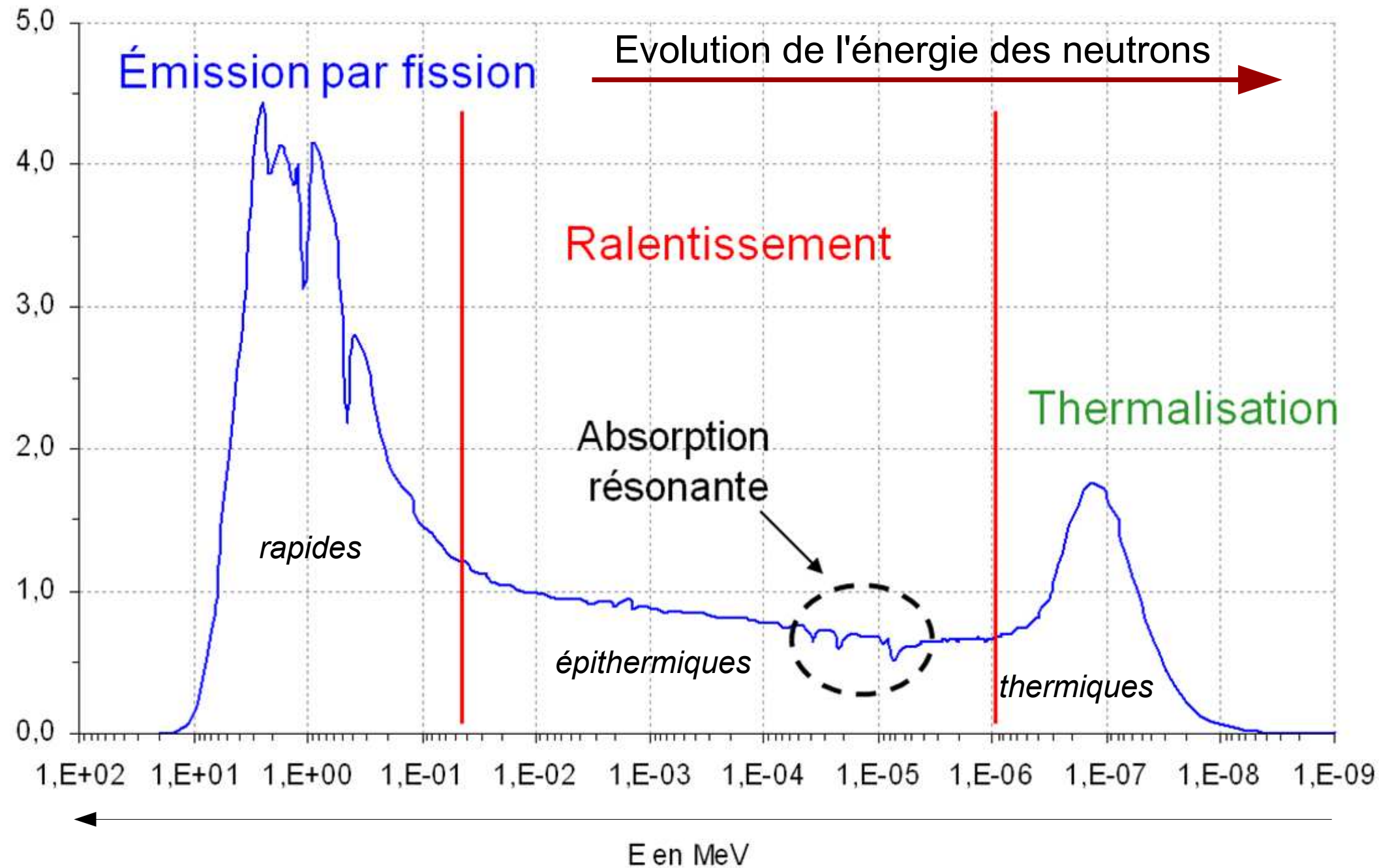
1. – Introduction générale, rappels
2. – Cinétique ponctuelle des réacteurs (*équations de Nordheim*)
3. – Ralentissement des neutrons
4. – Absorption résonante
5. – Thermalisation des neutrons
6. – Transport des neutrons : équation de Boltzmann
7. – Diffusion des neutrons
8. – Théorie multi-groupe
9. – Evolution du combustible (*équations de Bateman*)
10. – Effets de température
11. – Contrôle de la réactivité, contrôle de la puissance

# Plan

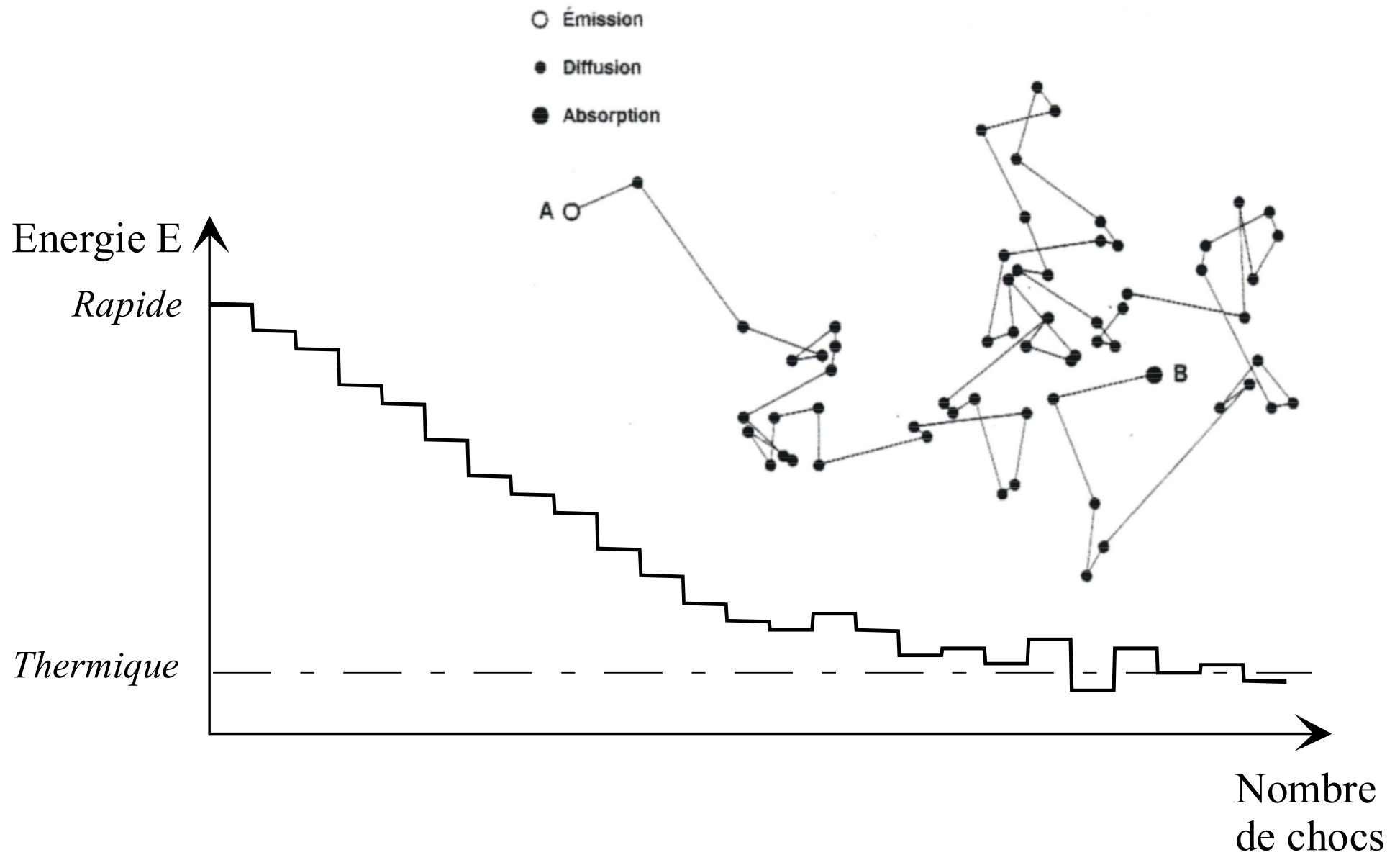
---

- Introduction
- Ralentissement en présence de « trappes »
- Facteur « anti-trappes »
- Notion d'auto-protection des résonances
- Milieux homogènes, hétérogènes
- Effet Doppler

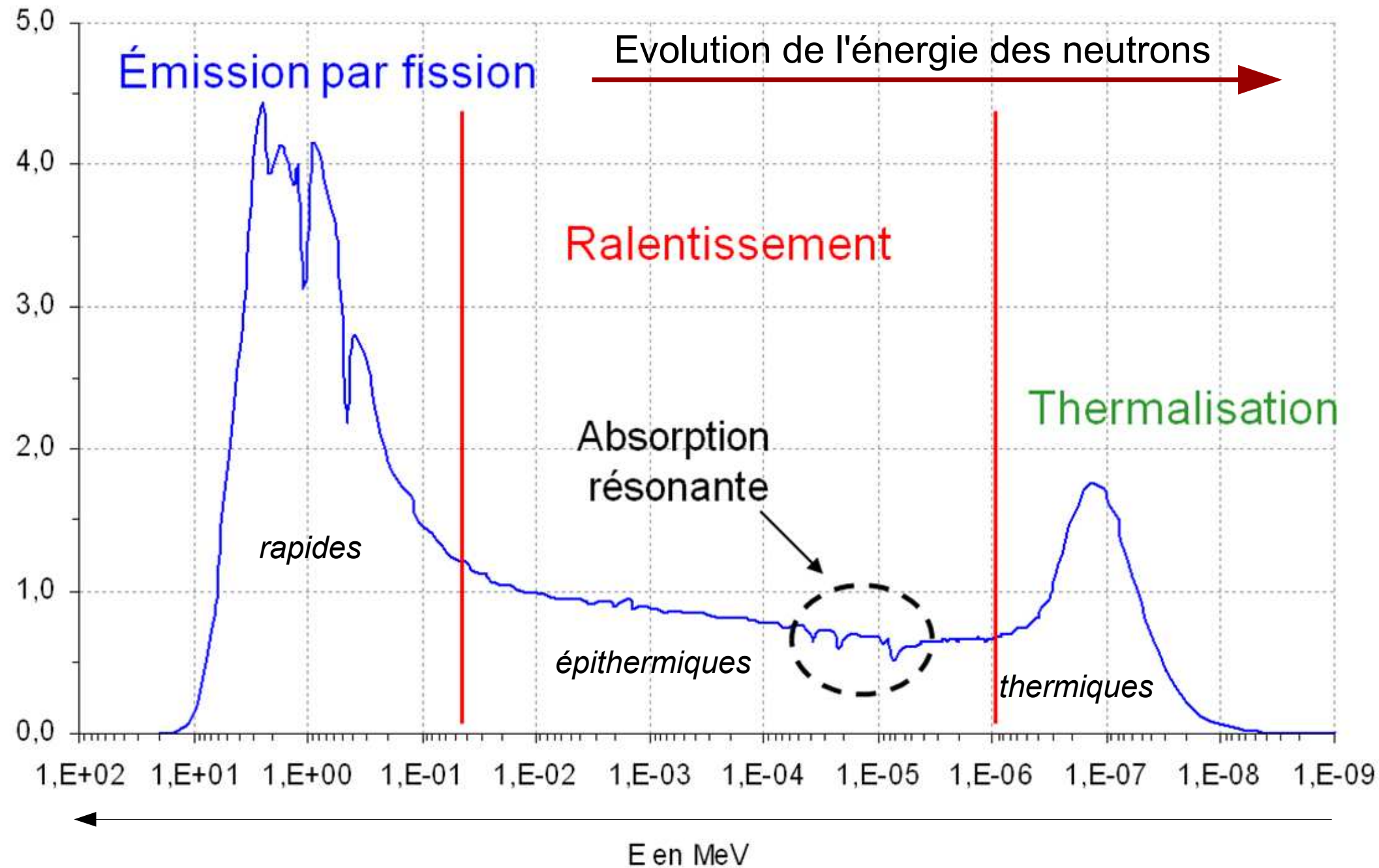
# « Vie » d'un neutron dans le réacteur



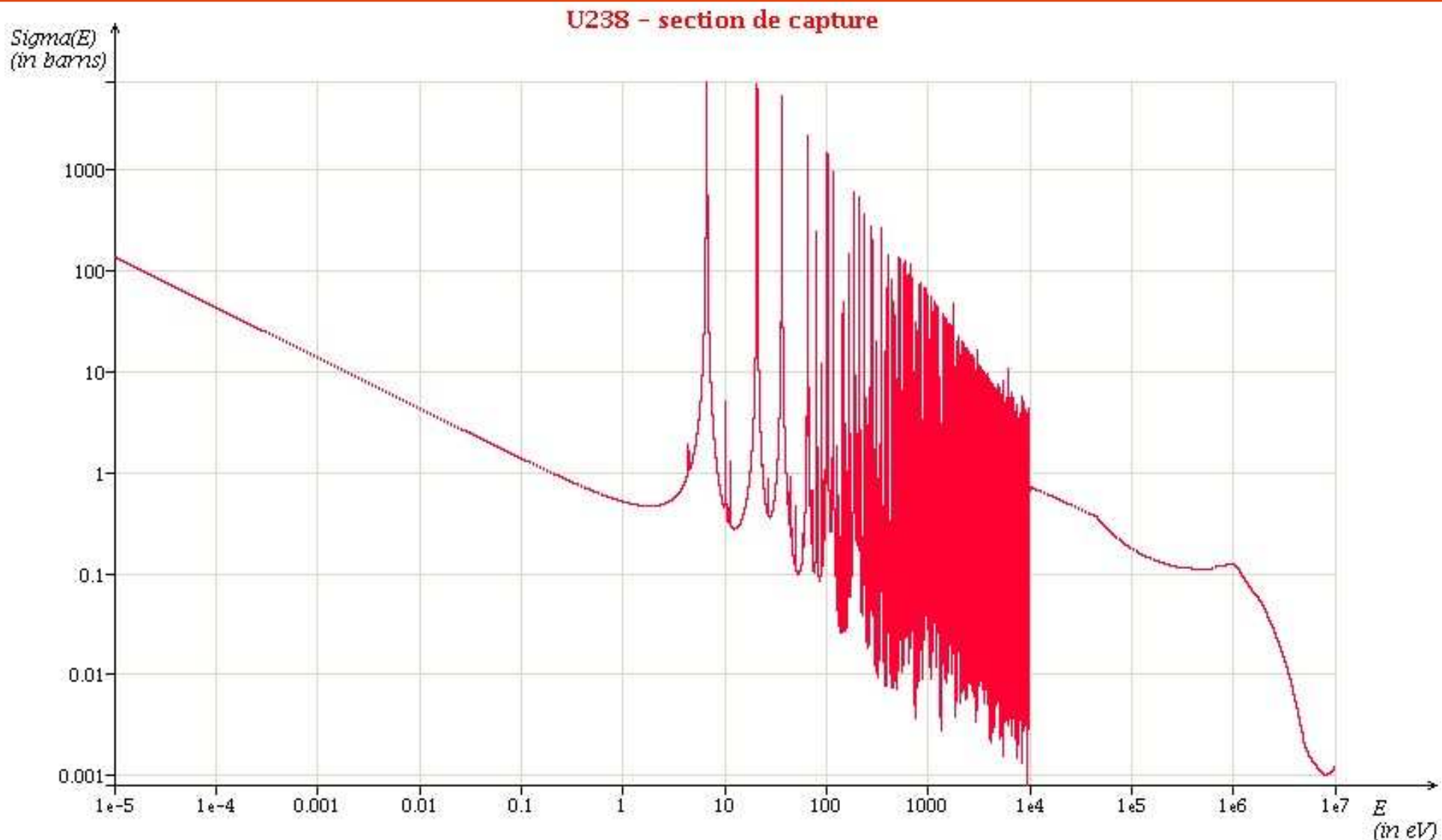
# Ralentissement par collisions successives



# « Vie » d'un neutron dans le réacteur



# Résonances de la section efficace de capture



Les noyaux lourds (combustible) absorbent mais ralentissent peu.  
Les noyaux légers (modérateur) ralentissent et absorbent peu.

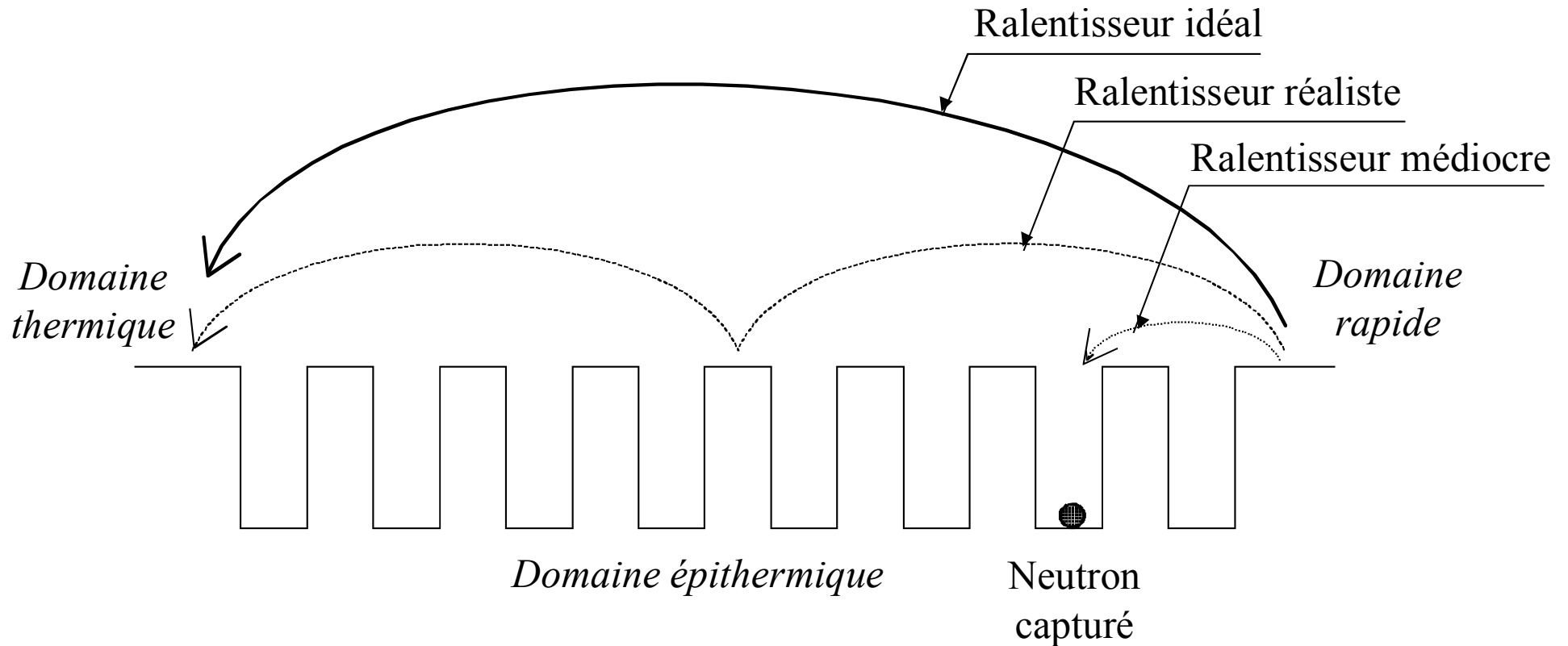
# Plan

---

- Introduction
- Ralentissement en présence de « trappes »
- Facteur « anti-trappes »
- Notion d'auto-protection des résonances
- Milieux homogènes, hétérogènes
- Effet Doppler



# Ralentissement en présence de « trappes »



Les résonances sont « des pièges à neutrons », ou « trappes » :

- A prendre en compte pour correctement estimer le facteur anti-trappes  $p$  (« 4 facteurs ») :
  - Pour le calcul de  $k_{\text{eff}}$
  - Parce que cet effet dépend de la température (Doppler)

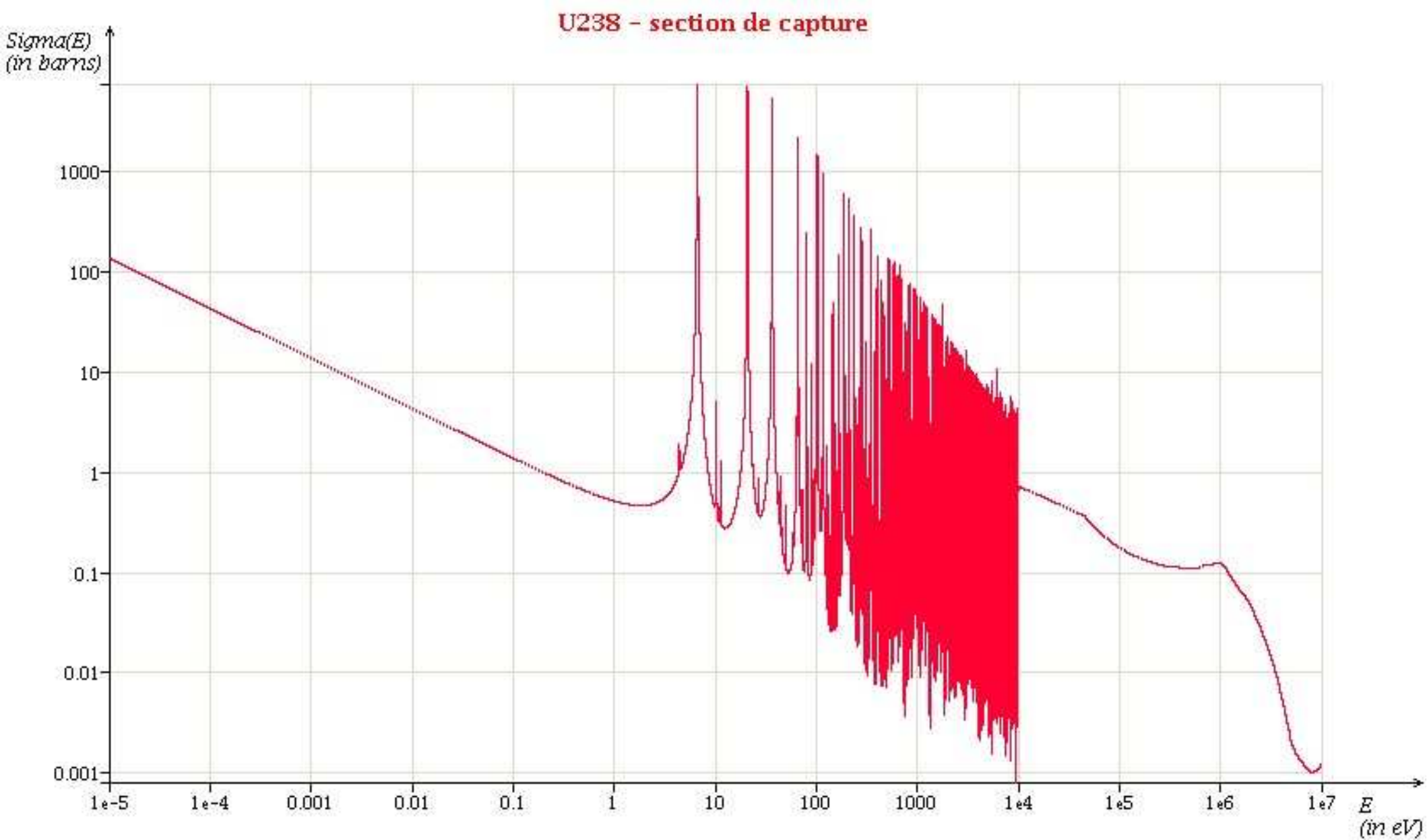
# Ralentissement en présence de « trappes »

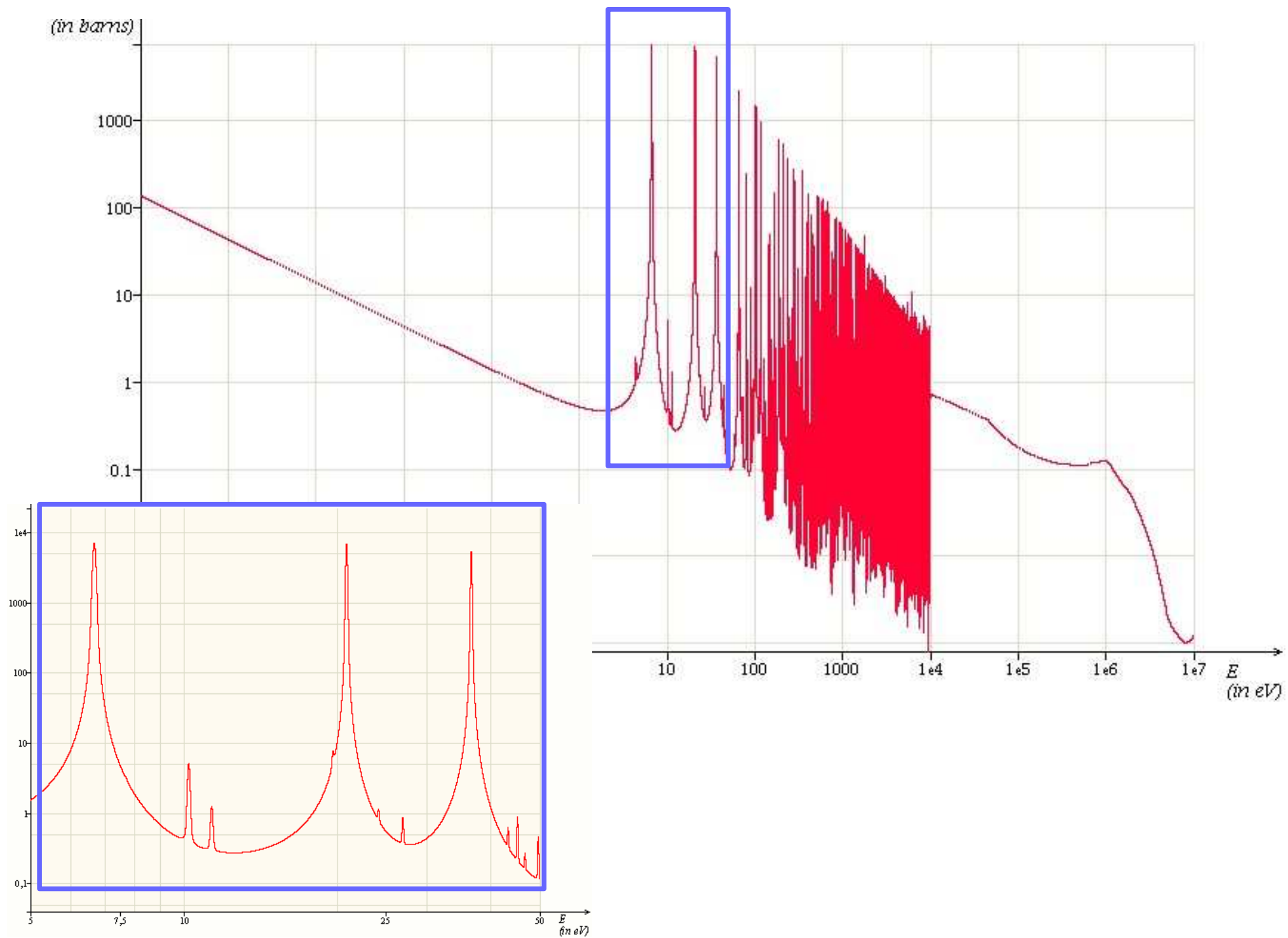
---

Ralentissement dans un milieu complexe, fortement absorbant pour les neutrons

- Hypothèses pour modéliser l'absorption résonante :
  - Réacteur **homogène**, mélange de modérateur et de combustible
  - Modérateur **uniquement diffuseur** (pas d'absorption)
  - Combustible **uniquement absorbant** (pas de diffusion)
- **Modélisation des résonances** de section efficace d'absorption par des « trappes » : trappes grises, trappes noires...

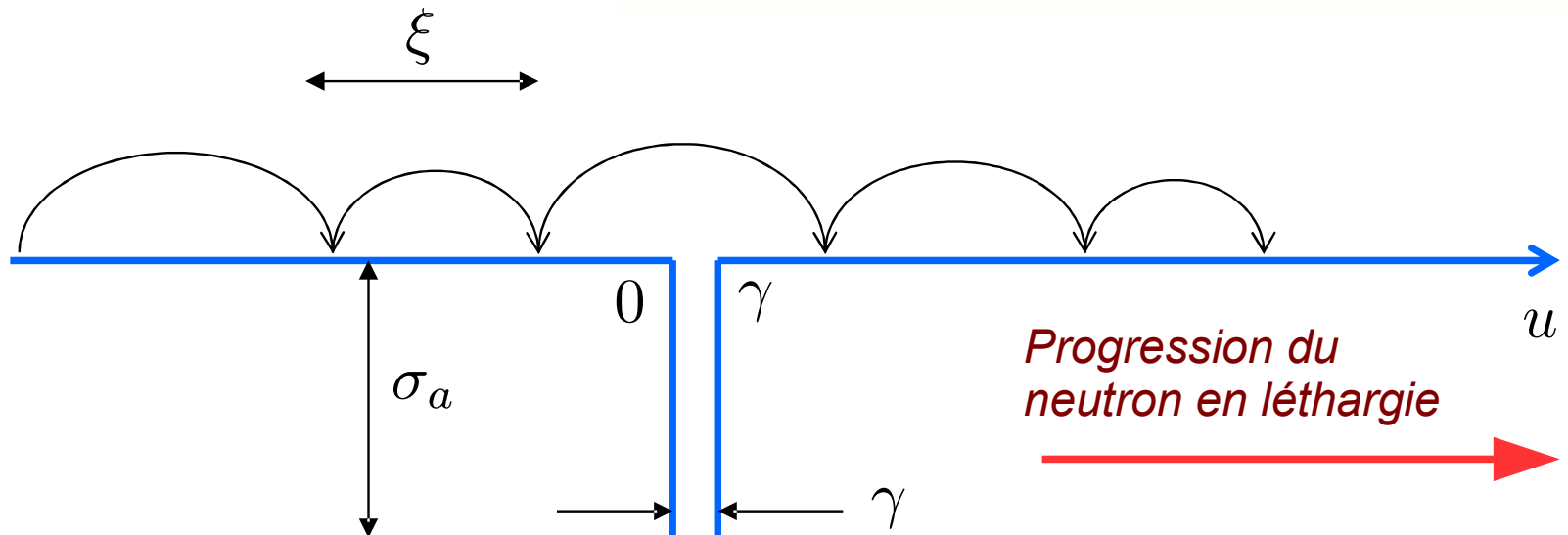
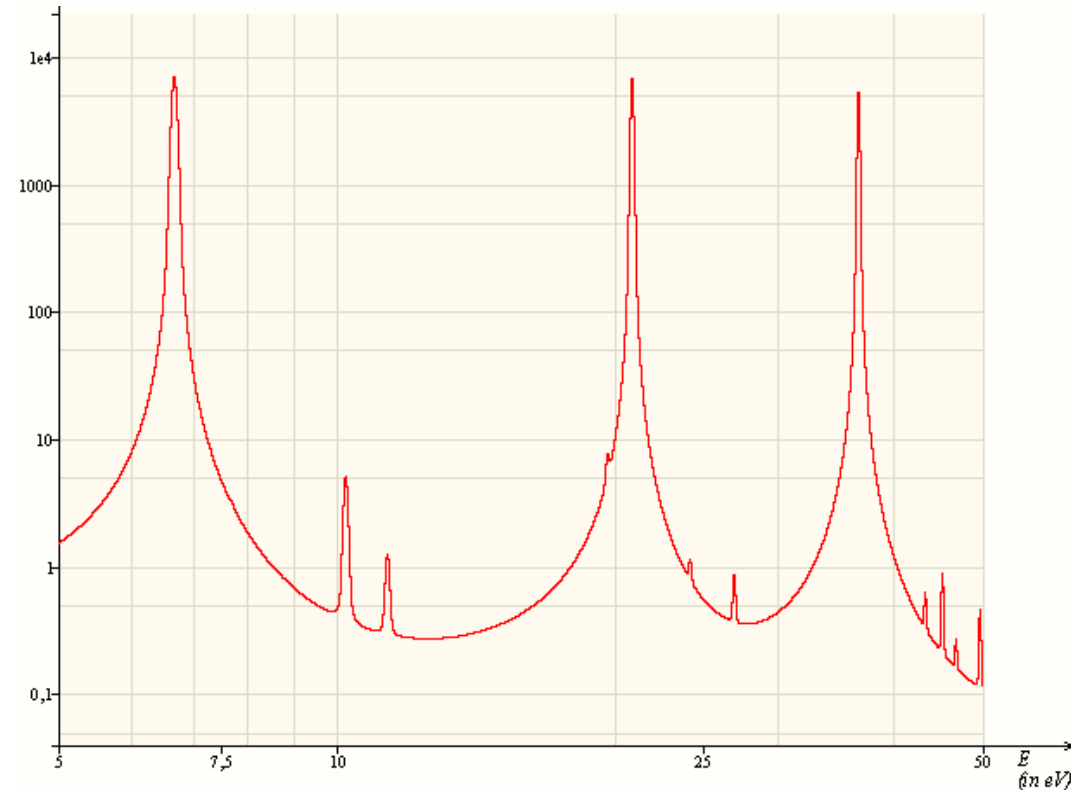
# Structure des résonances





# Modélisation des résonances : « trappes »

- Les neutrons progressent en léthargie par « **bond** » à chaque collision sur un noyau du modérateur.
- Aux énergies des résonances, forte probabilité d'être absorbé par le combustible.
- **Modélisation :**



# Modélisation des résonances : « trappes »

---

- Trappe « **noire** » : aucun neutron n'échappe à la capture

$$\sigma_a \rightarrow \infty$$

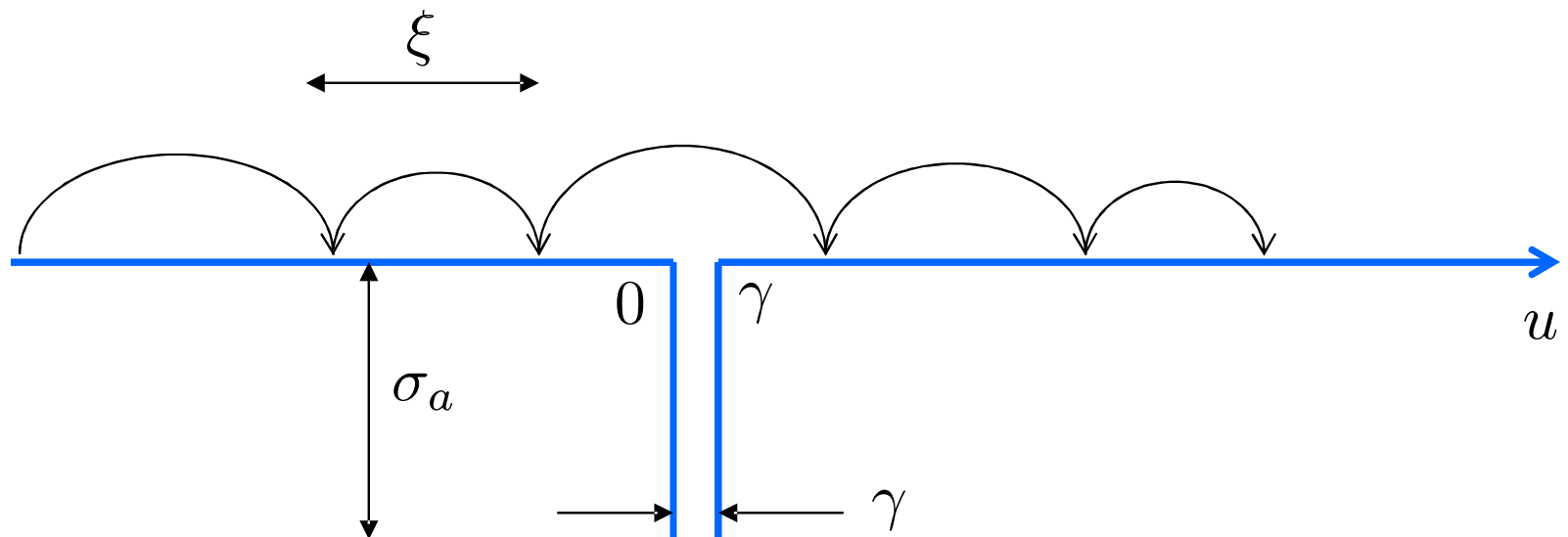
- Trappe « noire », isolée et **étroite** :

$$\sigma_a \rightarrow \infty \quad \gamma \ll \xi$$

- Trappe « **grise** », isolée et étroite :

$$\sigma_a \text{ finie} \quad \gamma \ll \xi$$

- Pour atteindre l'énergie thermique, le neutron doit échapper à un **ensemble de trappes** dans le domaine d'énergie des résonances.



# Absorption par une trappe « noire »

---

- Trappe « **noire** » : tous les neutrons qui tombent dans l'intervalle sont capturés

Échapper à la trappe n'est possible que si le gain moyen en léthargie par saut est plus grand que la largeur de trappe

- Jusqu'à la trappe (isolée), le taux de diffusion est le taux asymptotique :

$$\Sigma_s(u)\phi(u) = \frac{1}{\xi} \quad \phi(u) = \frac{1}{\xi\Sigma_s(u)}$$

- Fraction de neutrons capturés par cette trappe noire  $i$  :

$$1 - p_i = \int_0^\gamma du \int_{u-\varepsilon}^0 \Sigma_s(u') \frac{e^{-(u-u')}}{1-\alpha} \phi(u') du' = \frac{1}{\xi(1-\alpha)} \int_0^\gamma e^{-u} du \int_{u-\varepsilon}^0 e^{u'} du'$$

$$1 - p_i = \frac{1 - e^{-\gamma} - \alpha\gamma}{\xi(1-\alpha)}$$

$$\gamma \rightarrow 0 \quad (1 - p_i) \rightarrow 0$$

$$\gamma \rightarrow \varepsilon \quad (1 - p_i) \rightarrow 1$$

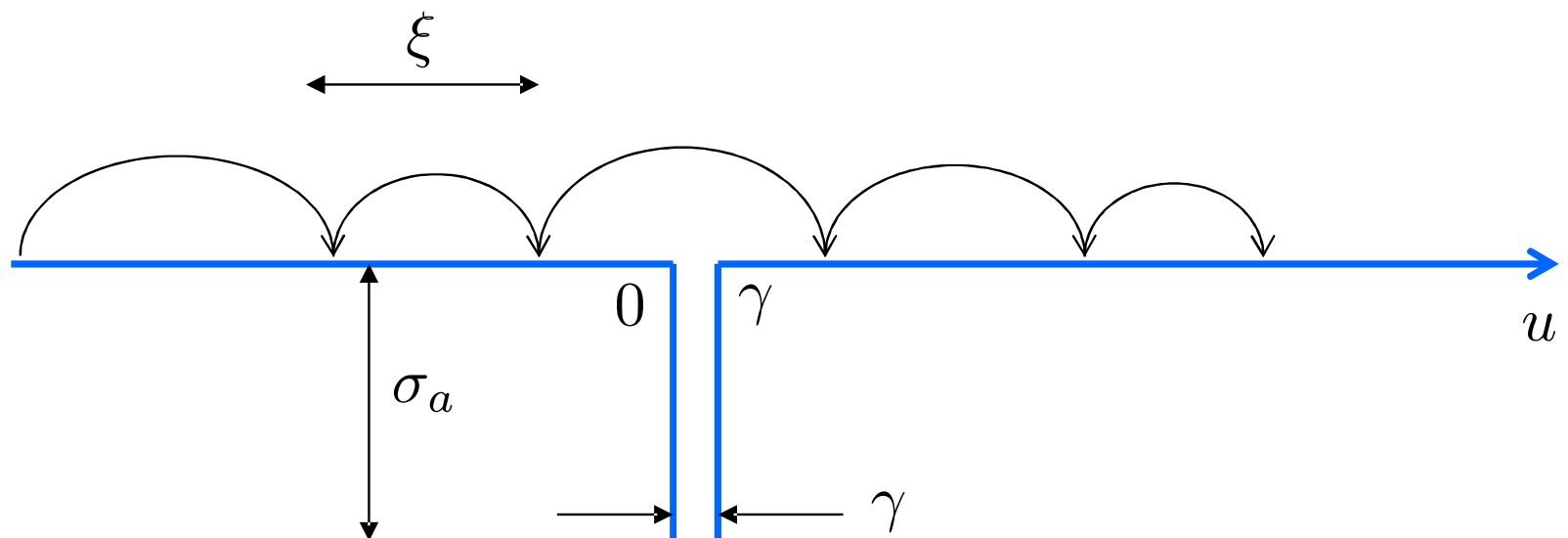
# Absorption par une trappe « noire » et étroite

- Trappe noire « **étroite** » :  $\gamma \ll \xi$

$$1 - p_i = \frac{1 - e^{-\gamma} - \alpha\gamma}{\xi(1 - \alpha)} \approx \frac{1 - (1 - \gamma) - \alpha\gamma}{\xi(1 - \alpha)} = \frac{\gamma}{\xi}$$

$$p_i \approx 1 - \frac{\gamma}{\xi}$$

→ égal au nombre de neutrons qui atteindraient l'intervalle en l'absence de trappe





# Absorption par une trappe « grise » et étroite

---

- Probabilité d'être **capturé** dans l'intervalle de la trappe grise :

$$\frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_s(u) + \Sigma_a(u)} = \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)}$$

- Probabilité d'**arrivée** dans l'intervalle étroit  $du$  :  $\frac{du}{\xi}$

- Probabilité d'être **capturé par la trappe grise** :

$$1 - p_i = \int_0^\gamma \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_a(u) + \Sigma_s(u)} \frac{du}{\xi}$$

- Facteur **anti-trappe** (probabilité d'échapper à la trappe) :

$$p_i = 1 - \frac{1}{\xi} \int_0^\gamma \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_a(u) + \Sigma_s(u)} du = 1 - \frac{1}{\xi} \int_0^\gamma \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} du$$

# Plan

---

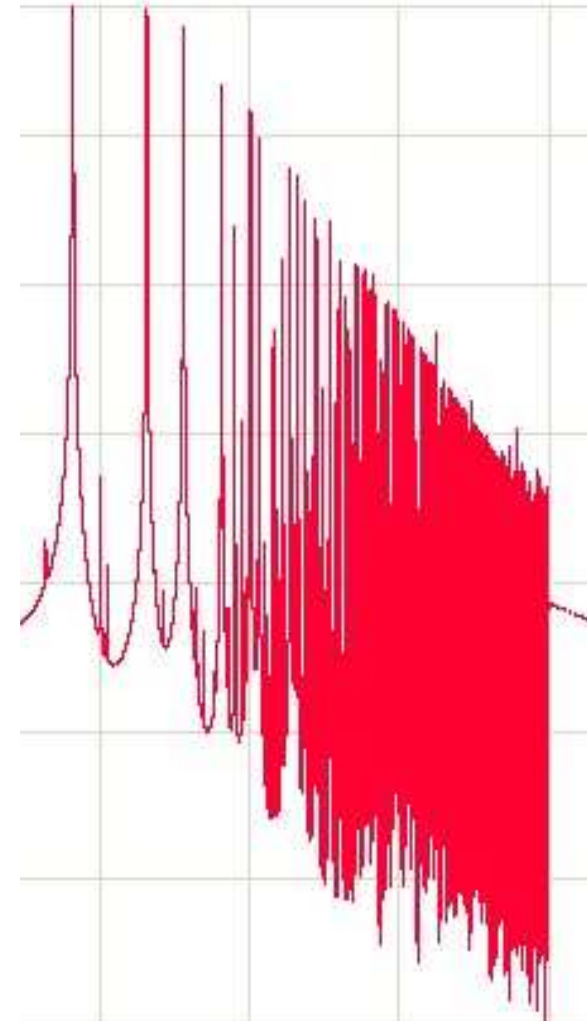
- Introduction
- Ralentissement en présence de « trappes »
- **Facteur « anti-trappes »**
- Notion d'auto-protection des résonances
- Milieux homogènes, hétérogènes
- Effet Doppler

# Absorption par l'ensemble des « trappes »

- Nombreuses résonances :
  - **ensemble de trappes grises étroites**
- Probabilité d'échapper à **toutes** les résonances :
  - produit des probabilités
- Facteur **anti-trappe** :  $p \approx \prod_i p_i$

$$p_i = 1 - \frac{1}{\xi} \int_{\text{rés. } i} \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} du \approx \exp \left[ -\frac{1}{\xi} \int_{\text{rés. } i} \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} du \right]$$

$$p \approx \prod_i p_i \approx \exp \left[ -\sum_i \frac{1}{\xi} \int_{\text{rés. } i} \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} du \right] = \exp \left[ -\frac{1}{\xi} \int_0^U \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} du \right]$$



# Plan

---

- Introduction
- Ralentissement en présence de « trappes »
- Facteur « anti-trappes »
- **Notion d'auto-protection des résonances**
- Milieux homogènes, hétérogènes
- Effet Doppler

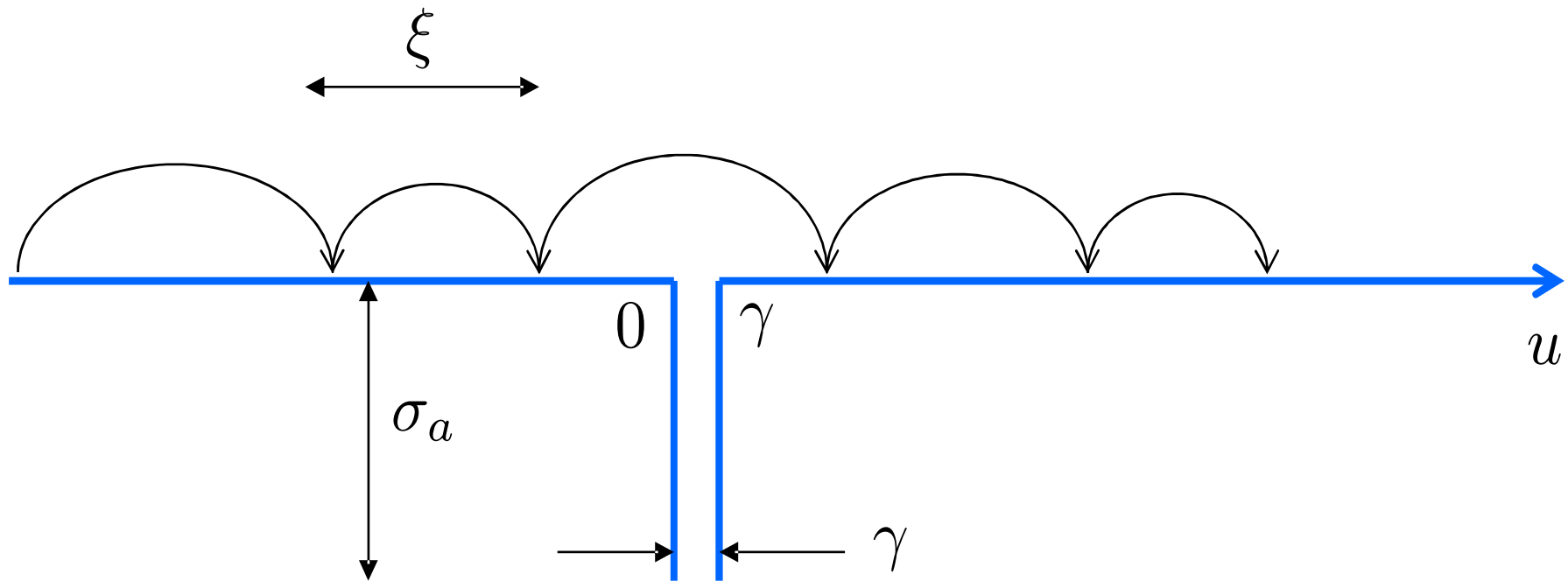
# Auto-protection des résonances

---

- Trappes étroites : peu d'absorption dans chaque résonance car le **gain moyen de léthargie par collision est grand** devant les **largeurs** des résonances.

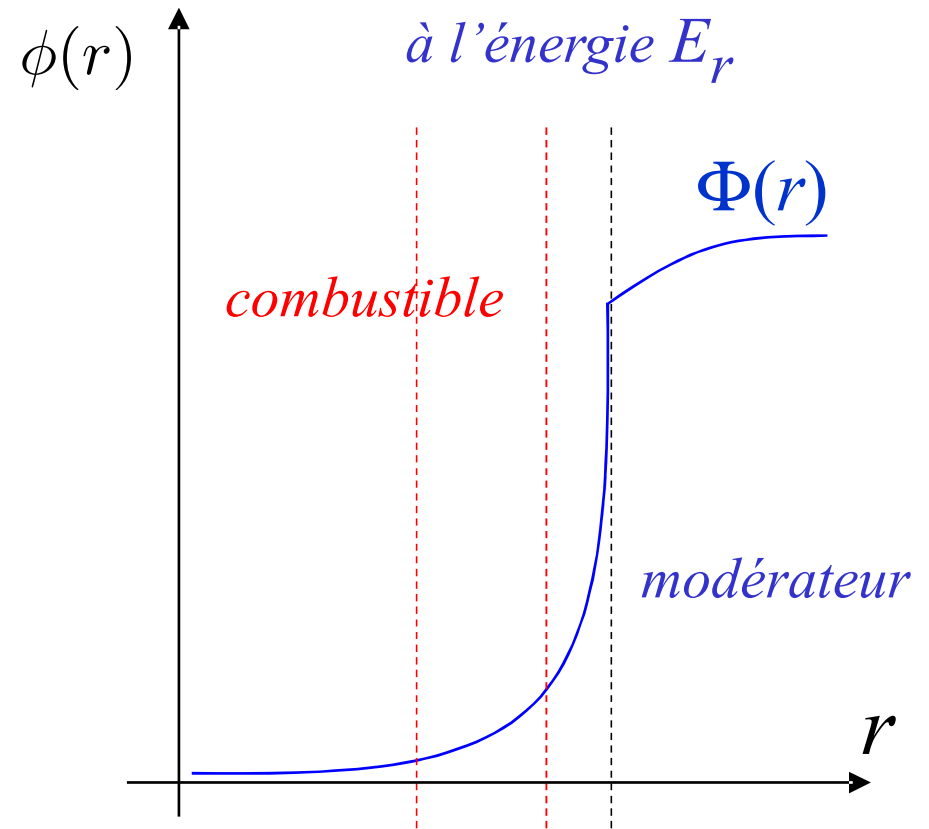
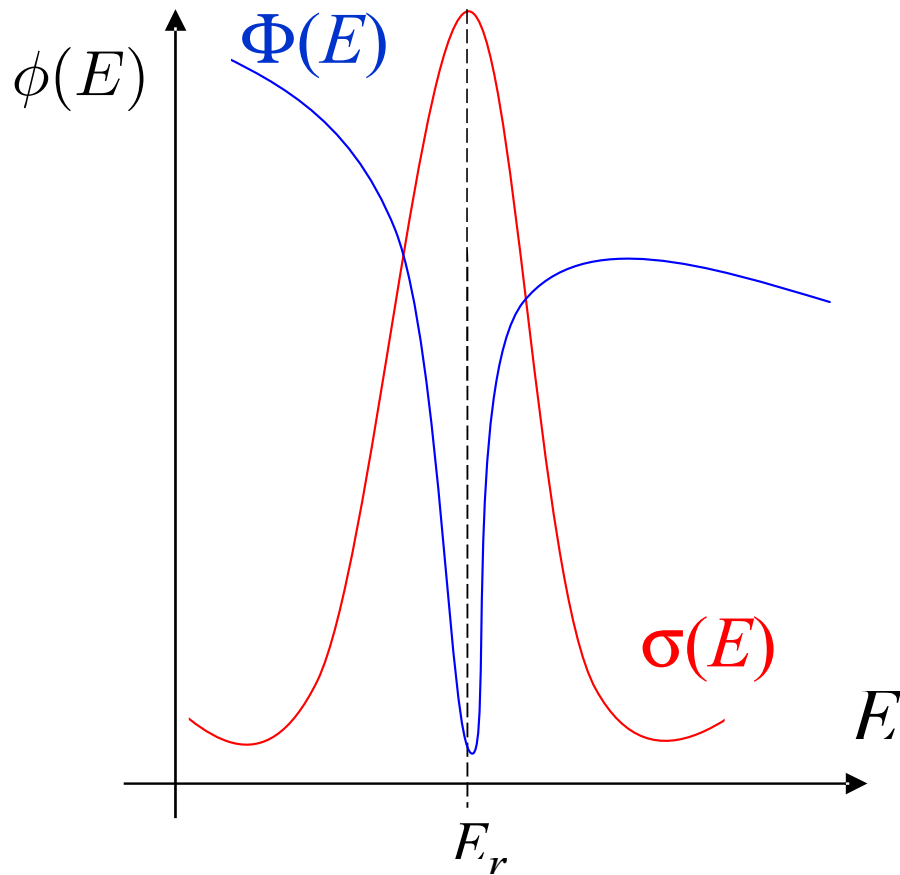
(kangourou)

$$\xi \gg \gamma \quad 1 - p_i \approx \frac{\gamma}{\xi} \ll 1$$



# Auto-protection des résonances

- Le flux de neutrons à l'énergie des résonances est fortement déprimé, notamment dans la région combustible : l'absorption effective est faible.



# Auto-protection des résonances

- La structure hétérogène du réacteur (géométrie combustible et modérateur) **réduit aussi la probabilité d'absorption.**

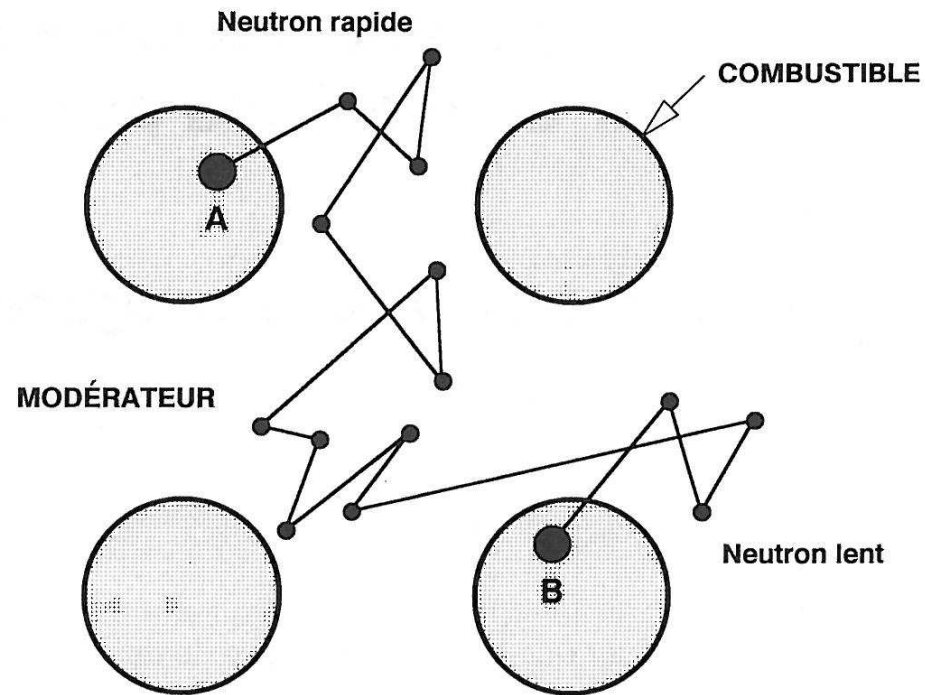
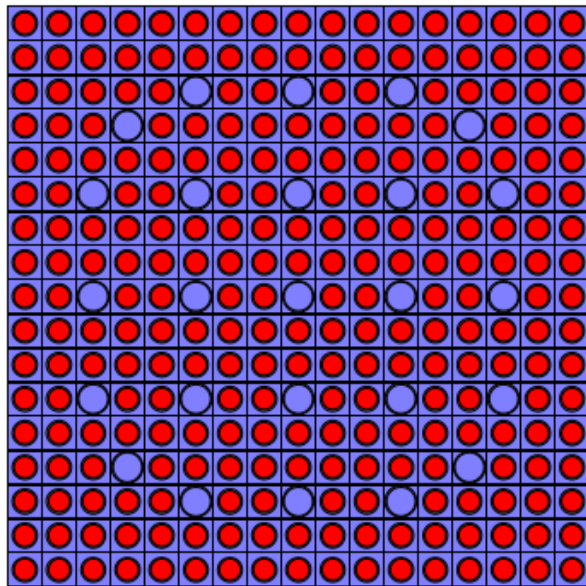


Figure 8.3. Une structure hétérogène réduit l'absorption dans les résonances du combustible aux énergies intermédiaires.

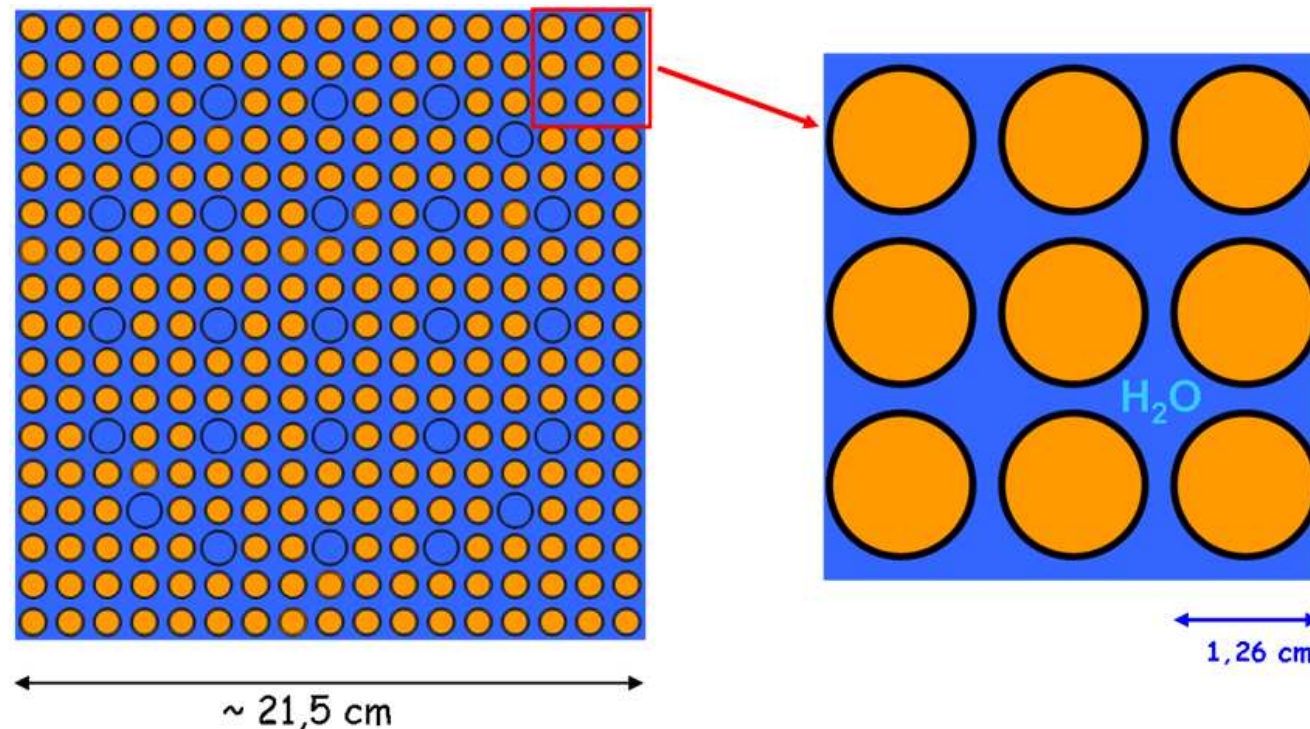
# Modélisation avec deux milieux

- Un milieu « 0 » combustible contenant des noyaux résonants :

$$\sigma_{s,0} \approx 0 \quad \sigma_{a,0} \text{ non nulle dans les résonances}$$

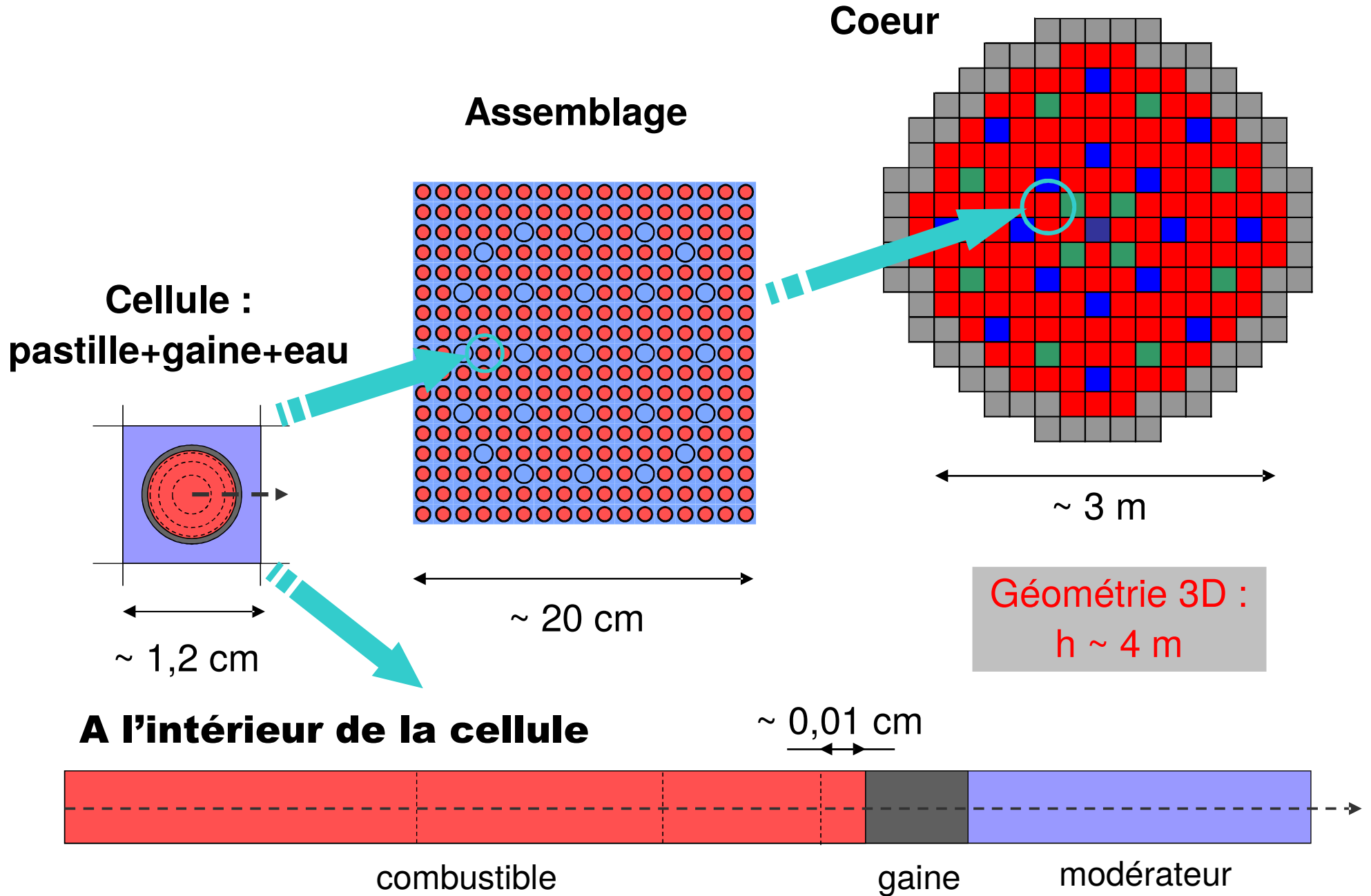
- Un milieu « 1 » modérateur, non absorbant :

$$\sigma_{s,1}(u) \approx \text{Cte} \quad \sigma_{a,1} = 0 \quad \xi_1$$





# Ralentissement en milieu hétérogène



# Factorisation du flux

- Factorisation :

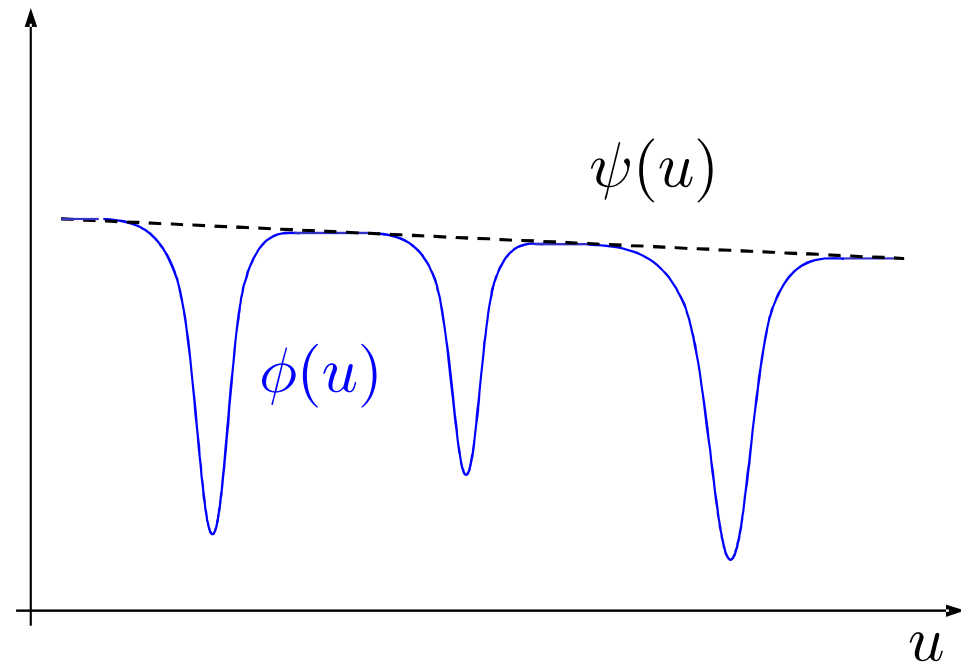
$$\phi(u) = \psi(u) \times \varphi(u)$$

- Flux macroscopique  $\psi(u)$

→ « gomme » les détails

- $\varphi(u)$  : **structure fine**

→ « **facteur d'autoprotection** »



- Expressions des flux :

$$\psi(u) = \frac{q}{\xi_1 \Sigma_{s,1}} \quad \varphi(u) = \frac{q}{\xi_1 \Sigma_t(u)} = \frac{q}{\xi_1 (\Sigma_{s,1} + \Sigma_{a,0}(u))}$$

$$\varphi(u) = \frac{\Sigma_{s,1}}{\Sigma_{s,1} + \Sigma_{a,0}(u)} \quad \varphi(u) = 1 \quad \text{hors des résonances}$$

# Section efficace effective

- **Section efficace effective :**

$$\Sigma_{a,0}(u)\phi(u) = \Sigma_{a,0}(u)\varphi(u)\psi(u) = \psi(u)\Sigma_{a,0,\text{eff}}(u)$$

$$\Sigma_{a,0,\text{eff}}(u) = \Sigma_{a,0}(u)\varphi(u)$$

→ « absorbe » les détails

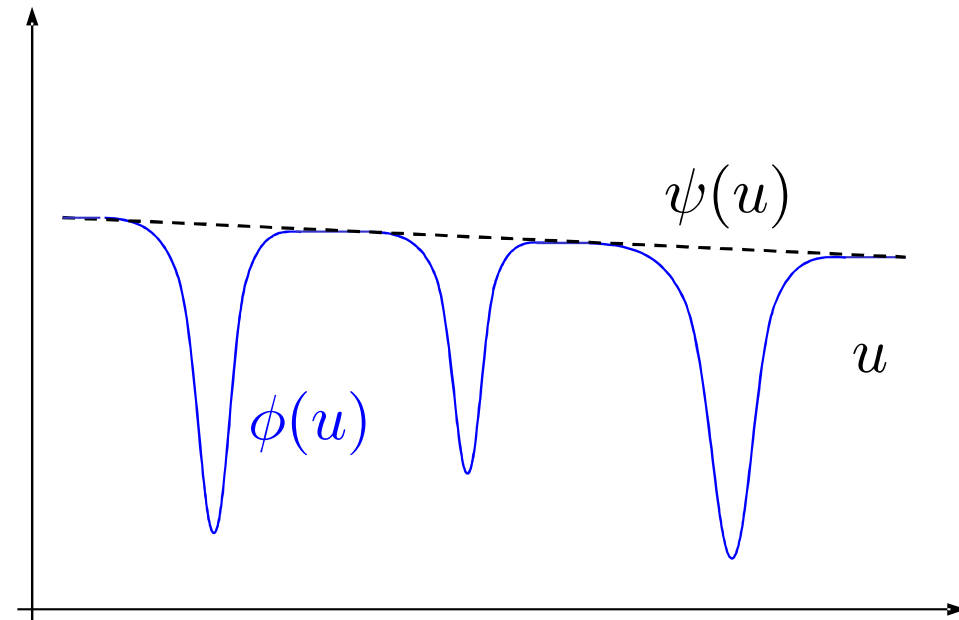
- **Sect. eff. microscopique :**

$$\sigma_{a,0,\text{eff}}(u) = \frac{\Sigma_{a,0,\text{eff}}(u)}{N_0} = \sigma_{a,0}(u)\varphi(u)$$

- **« Intégrale de résonance » :**

$$I_{\text{eff}} = \int_{U_1}^{U_2} \sigma_{a,\text{eff}}(u) du = \int_{U_1}^{U_2} \sigma_{a,0,\text{eff}}(u) du = \int_{U_1}^{U_2} \sigma_{a,0} \varphi(u) du$$

$$I_{\text{eff}} = \int_{U_1}^{U_2} \sigma_{a,0}(u) \frac{\Sigma_{s,1}}{\Sigma_{s,1} + \Sigma_{a,0}(u)} du$$



Intégrale sur tout le domaine résonant

# Ordre de grandeur de l'effet d'auto-protection

- Pour l'uranium  $^{238}\text{U}$ , dans la région des résonances :
  - Intégrale de résonance « vraie » : 280 barns
  - Intégrale de résonance « **effective** » : 20 barns→ l'autoprotection réduit d'un facteur 14 l'intégrale !

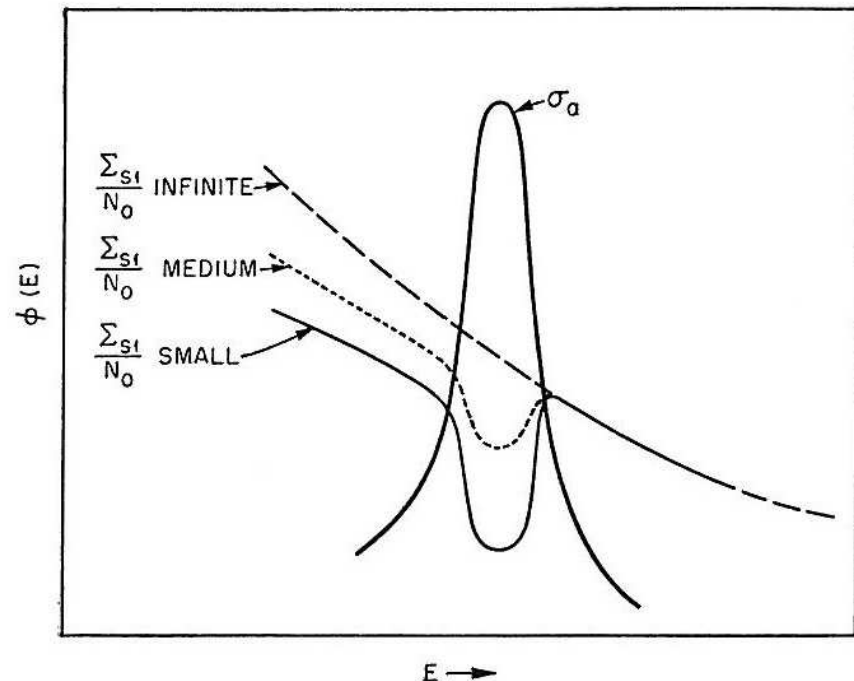
- Facteur **anti-trappe** :

$$p \approx 0.7$$

au lieu de :

$$p \approx 0.7^{14} \approx 0.007$$

- Sans cet effet, aucun neutron ne survivrait aux résonances.



Dependence of neutron flux in resonance region on scattering cross section per atom of absorber

# Facteur « anti-trappe »

---

- À une léthargie  $u$ , il reste une fraction  $p(u)$  de neutrons (survivants)
- Entre  $u$  et  $u + du$ , il en sera **absorbé** une fraction supplémentaire :

$$dp = -\Sigma_{a,0,\text{eff}} \psi(u) du = -N_0 \sigma_{a,0,\text{eff}} \psi(u) du$$

$$\psi(u) \approx \frac{q}{\xi_1 \Sigma_{s,1}} \approx \frac{p}{\xi_1 \Sigma_{s,1}} \quad \frac{dp}{du} = -\frac{N_0 \sigma_{a,0,\text{eff}}}{\xi_1 \Sigma_{s,1}} p$$

- **Facteur anti-trappes  $p$  :**

$$p(u) = \exp \left[ - \int_0^u \frac{N_0 \sigma_{a,0,\text{eff}}(u')}{\xi_1 \Sigma_{s,1}} du' \right]$$

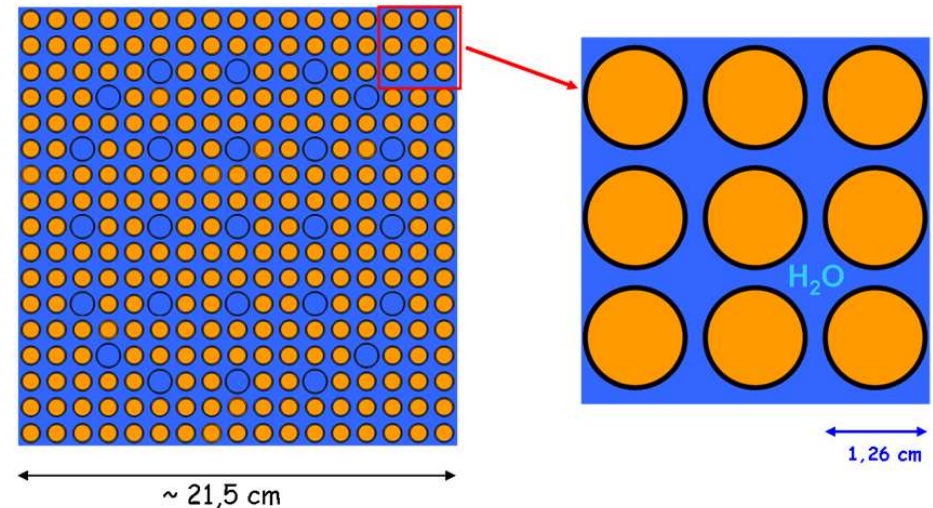
- Avec l'intégrale de résonance :

$$p = \exp \left[ -\frac{N_0 I_{\text{eff}}}{\xi_1 \Sigma_{s,1}} \right] \quad I_{\text{eff}} = \int_{U_1}^{U_2} \sigma_{a,\text{eff}}(u) du$$

# Milieu hétérogène

- Même raisonnement, mais apparaît le rapport des volumes entre combustible ( $V_0$ ) et modérateur ( $V_1$ ) dans une cellule :

$$p = \exp \left[ - \frac{V_0 N_0 I_{\text{eff}}}{V_1 \xi_1 \Sigma_{s,1}} \right]$$



- **Effets supplémentaires :**

- Probabilités de passer d'un milieu à l'autre ( $P_{ij}$ )
- Effet « Dancoff » : probabilité de passer d'un élément combustible à un autre, sans collision (non négligeable si les crayons sont serrés)

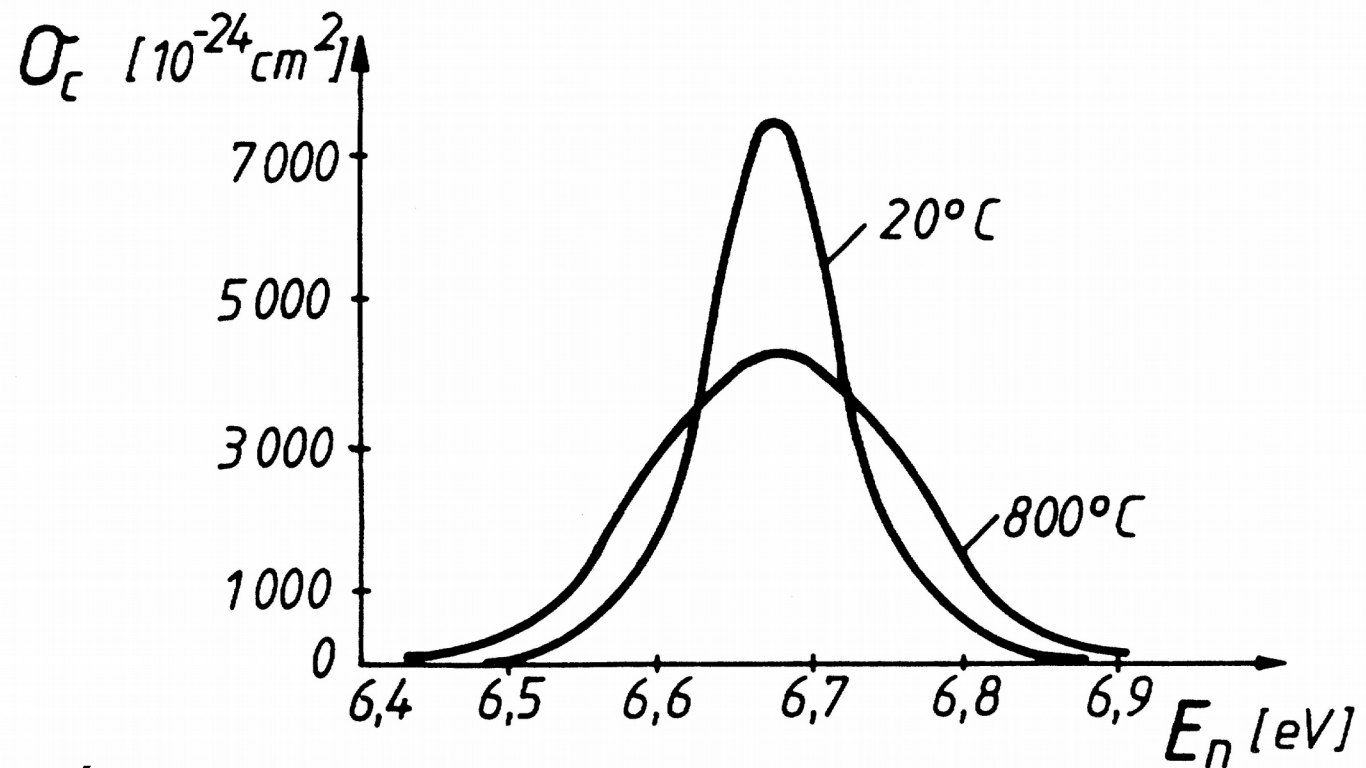
# Plan

---

- Introduction
- Ralentissement en présence de « trappes »
- Facteur « anti-trappes »
- Notion d'auto-protection des résonances
- Milieux homogènes, hétérogènes
- Effet Doppler

# Effet Doppler

- L'**agitation thermique** des noyaux change légèrement la vitesse du neutron vis à vis du noyau, et la vitesse du réf. du centre de masse { neutron, noyau }.
- **Élargissement** et aplatissement **des résonances**



- Intégrale conservée



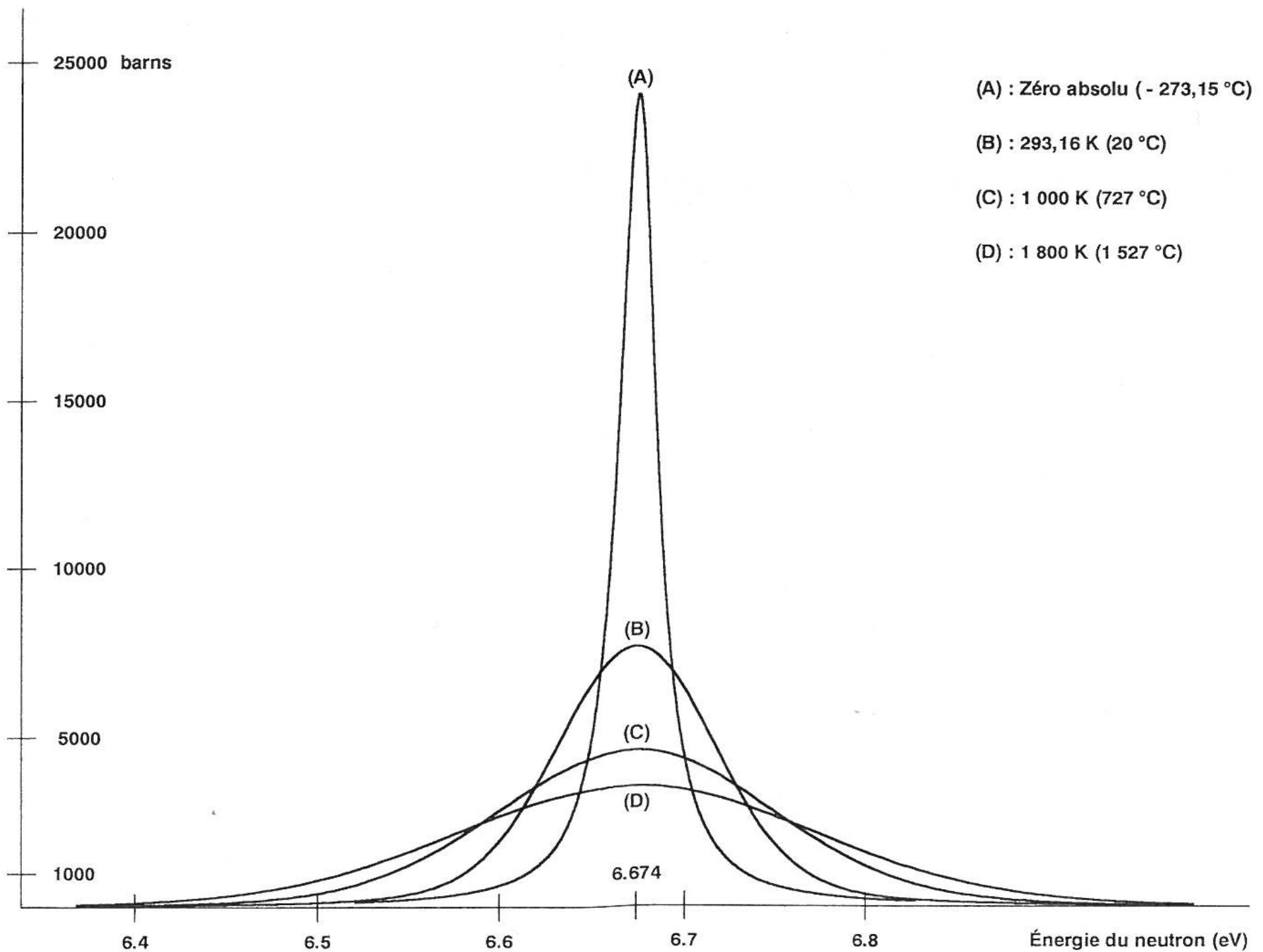
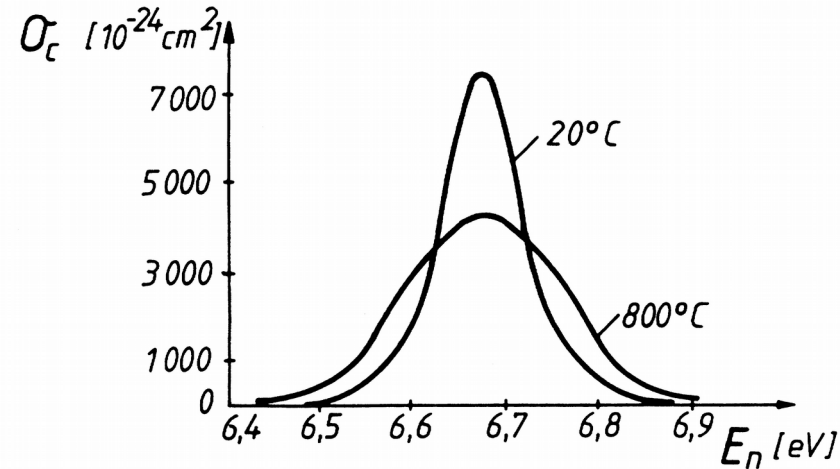


Figure 8.7. Élargissement par effet Doppler de la grande résonance de l'uranium 238.

# Effet Doppler

- Quand la **température** du combustible **augmente** :
  - Le pic de résonance **s'abaisse** ;
  - La **résonance s'élargit** ;
  - L'intégrale est conservée.
- Davantage d'absorption :



$$I_{\text{eff}}(T) = I_{\text{eff}}(T_0) \left[ 1 + \beta \left( \sqrt{T} - \sqrt{T_0} \right) \right]$$

- Quand  $T$  **augmente**,  $\rho$  diminue, et  $k_{\infty}, k_{\text{eff}}$  diminuent aussi.

**Contre-réaction essentielle pour la sûreté des réacteurs :**  
si la température du combustible croît, la réactivité diminue,  
la puissance du réacteur aussi, ce qui stabilise le réacteur.