Neutronique

9. Évolution du Combustible

1. Contribution du Plutonium à l'énergie produite

1.1 — Dans un réacteur, du plutonium-239 apparaît par capture radiative des neutrons par l'uranium-238, isotope dominant dans le combustible. La production de plutonium s'effectue selon la réaction suivante :

$$\mathrm{n} + {}^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{239}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow[23.45\,\mathrm{min}]{\beta^- \quad 1.265\,\mathrm{MeV}} {}^{\square}_{\square}\mathrm{Np} \xrightarrow[2.3565\,\mathrm{jours}]{\beta^- \quad 0.722\,\mathrm{MeV}} {}^{\square}_{\square}\mathrm{Pu} \tag{1}$$

Écrivez les équations-bilans des réactions nucléaires successives, en complétant et en équilibrant les réactions.

1.2 — Calculez l'énergie libérée par chacune de ces réactions nucléaires, et l'énergie totale libérée.

1.3 — Déduisez-en l'énergie cinétique minimale que le neutron incident doit posséder pour induire cette réaction. Qu'en concluez-vous ? Des neutrons thermiques ($T_n \simeq 0.025\,\mathrm{eV}$) suffisent-ils pour produire du plutonium ?

On souhaite maintenant estimer la vitesse de production du plutonium dans le réacteur. Le flux de neutrons thermiques dans le réacteur est $\phi_{\text{thermique}} = 2 \times 10^{13}\,\mathrm{n}\,/\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$, que l'on considérera comme constant.

1.4 — On notera $N^5(t)$ le nombre d'atomes de ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ présents à l'instant t dans un barreau de combustible (compté depuis depuis l'introduction du combustible dans le réacteur à $t = 0$). En considérant que tout le ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ présent provient du combustible introduit, et qu'il ne peut que disparaître progressivement dans le réacteur, exprimez la variation $\mathrm{d}N^5$ pendant un intervalle de temps $\mathrm{d}t$, et montrez que $N^5(t)$ vérifie une équation de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}N^5}{\mathrm{d}t} = aN^5(t) \tag{2}$$

où a est une constante que vous devez déterminer. Résolvez cette équation, et tracez sommairement l'allure de $N^5(t)$ en fonction du temps. Calculez $N^5(\Delta t)/N^5(0)$ pour $\Delta t = 3\,\mathrm{ans}$.

1.5 — On notera $N^8(t)$ le nombre d'atomes de ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ présents à l'instant t dans un barreau de combustible (compté depuis depuis l'introduction du combustible dans le réacteur à $t = 0$). En considérant que tout le ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ présent dans le réacteur provient du combustible introduit, montrez que $N^8(t)$ vérifie une équation de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}N^8}{\mathrm{d}t} = bN^8(t) \tag{3}$$

où b est une constante à déterminer. Résolvez cette équation, et tracez sommairement l'allure de $N^8(t)$ en fonction du temps. Calculez $N^8(\Delta t)/N^8(0)$ pour $\Delta t = 3$ ans.

1.6 — On notera de même $N^9(t)$ le nombre d'atomes de plutonium $^{239}_{94}$Pu produits présents dans le barreau de combustible à l'instant t. En considérant que tout le plutonium produit provient des réactions de capture (équation 1), exprimez la quantité $\mathrm{d}N^9_{\text{créé}}$ de $^{239}_{94}$Pu produit dans le barreau de combustible pendant un instant $\mathrm{d}t$.

Pour cette question et les questions suivantes, on négligera le temps de désintégration du $^{239}_{92}$U et du Neptunium dans l'équation-bilan (1)) : on simplifiera le problème en faisant comme si le plutonium était produit instantanément à partir du $^{238}_{92}$U.

1.7 — D'autre part, le $^{239}_{94}$Pu produit est lui aussi soumis au flux des neutrons dans le réacteur, ce qui induit des fissions et des captures radiatives pour le $^{239}_{94}$Pu. Exprimez la quantité (négative) $\mathrm{d}N^9_{\text{détruit}}$ de $^{239}_{94}$Pu détruit par fission et capture radiative pendant un instant $\mathrm{d}t$ (On néglige ici les fissions rapides).

1.8 — Déduisez-en la variation $\mathrm{d}N^9(t)$ du nombre d'atomes de plutonium-239 dans le barreau de combustible pendant un instant $\mathrm{d}t$. Ecrivez l'équation différentielle que le nombre $N^9(t)$ d'atomes de $^{239}_{94}$Pu vérifie. Montrez qu'elle est de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = A\,e^{-\alpha t} - Bf(t) \tag{4}$$

Identifiez et donnez les expressions des coefficients α, A et B.

1.9 — L'équation (4) possède une solution de la forme :

$$f(t) = \frac{A\,e^{-\alpha t}}{B-\alpha} + K\,e^{-Bt} \qquad \text{où } K \text{ est une constante à déterminer.} \tag{5}$$

Résolvez l'équation différentielle trouvée à la question précédente. Déduisez-en l'expression de K, et celle de $N^9(t)$.

1.10 — Pour une tonne de combustible d'UO_2, estimez la masse de plutonium-239 produite au bout de 1 mois, 1 an, 3 ans.

1.11 — Quelle est la proportion de puissance fournie grâce aux fissions du ^{239}Pu, si l'on considère que l'énergie produite par une fission du ^{239}Pu dégage environ 200 MeV ? En réalité, la proportion de puissance fournie par le Pu est de 60%. Pour quelle raison à votre avis ?

En pratique, d'autres isotopes du plutonium ^{240}Pu, ^{241}Pu se forment à leur tour aussi dans le réacteur, ainsi que d'autres actinides, que nous avons négligés ici. Le ^{241}Pu formé est fissile et contribue aussi à la production d'énergie.

Données (Réacteur REP 1000 MWe) :
Densité du combustible UO_2 : $\rho_{\text{comb}} = 10.5\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$
Masse : $M_{\text{comb}} = 1200\,\mathrm{kg}$
Enrichissement en noyaux U-235 : $e_5 = 4.2\%$
Masse molaire : $A_{\text{comb}} \approx 270\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$
Densités : $N(UO_2) = 2.34\times10^{22}\,\mathrm{cm^{-3}}$ $\quad N_5 = 9,83\times10^{20}\,\mathrm{cm^{-3}}$ $\quad N_8 = 2.243\times10^{22}\,\mathrm{cm^{-3}}$
Flux neutronique : $\phi_{\text{th}} \approx 2\times10^{13}$ neutrons/cm^2/s
Réacteur : $\varepsilon = 1.04$ $\quad p = 0.85$ $\quad P_{\text{nf}} = 0.75$ $\quad \eta = 2.42$ $\quad E_f \approx 200\,\mathrm{MeV}$
Sections efficaces : $\sigma_{a,\text{comb}} = 36.29\,\mathrm{b}$ $\quad \sigma_{a,\mathrm{H_2O}} = 0.66\,\mathrm{b}$ $\quad \sigma_{f,5} = 582\,\mathrm{b}$ $\quad \sigma_{c,5} = 108\,\mathrm{b}$
$\sigma_{c,8} = 10\,\mathrm{b}$ $\quad \sigma_{f,9} = 740\,\mathrm{b}$

2. Empoisonnement par le Xénon-135

2.1 — Rappelez la loi de désintégration d'un élément X de demi-vie $T_{1/2}$: déduisez-en la loi donnant l'activité A_{X} en fonction du temps. Exprimez la variation $\mathrm{d}N_{\mathrm{X}}$ du nombre d'atomes N_{X} pendant un intervalle de temps $\mathrm{d}t$.

2.2 — Sous l'action d'un neutron thermique, l'uranium ^{235}U contenu dans le combustible d'un réacteur peut fissionner de différentes façons, en particulier selon les réactions de fission suivantes :

$$\mathrm{n} + {}^{235}_{\square}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{101}_{\square}\mathrm{Zr} + {}^{135}_{52}\mathrm{Te} + \square\,\mathrm{n}$$

$$\mathrm{n} + {}^{235}_{\square}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{97}_{40}\square + {}^{135}_{\square}\square + \square\,\mathrm{n}$$

Complétez ces bilans de réaction.

2.3 — Dans le réacteur en fonctionnement, le flux de neutrons (supposé uniforme dans le coeur) vaut $\phi = 10^{14}\,\mathrm{cm^{-2}\,s^{-1}}$. On note N_{235} le nombre d'atomes uranium ^{235}U contenus dans le coeur du réacteur à l'instant t. En supposant constant le flux de neutrons, et connaissant la section efficace de fission σ_f de ^{235}U pour des neutrons thermiques, écrivez le nombre de fission $\mathrm{d}N_f$ qui se produisent pendant un instant $\mathrm{d}t$. Pour la suite de l'exercice, on supposera que le taux de fission $\mathrm{d}N_f/\mathrm{d}t$ reste constant quand le réacteur fonctionne.

2.4 — Le tellure ${}^{135}_{52}$Te se désintègre immédiatement en ${}^{135}_{53}$I avec une demi-vie de 19 s. De quelle type de réaction s'agit-il ? Ecrivez le bilan de cette réaction.

2.5 — L'iode ^{135}I représente $\gamma_I = 6.33\%$ des produits de fission. L'iode se désintègre en xénon ^{135}Xe avec une demi-vie de $6,6$ h.

À partir de ce qui précède, combien d'atomes d'iode ^{135}I sont produits dans le réacteur en fonctionnement pendant un instant $\mathrm{d}t$? Combien d'atomes ^{135}I disparaissent-ils par désintégration pendant le même intervalle $\mathrm{d}t$? Déduisez-en la variation $\mathrm{d}N_{\mathrm{I}}$ du nombre N_{I} d'atomes d'iode ^{135}I pendant le temps $\mathrm{d}t$.

2.6 — Le xénon ^{135}Xe possède une section efficace de capture de $\sigma_c = 2.7 \times 10^6$ b. Les sections efficaces de capture des neutrons (et de fission) sont typiquement de l'ordre de $1-500$ barns pour la plupart des autres éléments dans le réacteur. À votre avis, quel peut être l'effet de la présence de cet isotope sur le fonctionnement du réacteur ?

2.7 — Pendant le fonctionnement du réacteur, une partie du xénon ^{135}Xe disparaît par capture de neutron : écrivez la réaction. Combien d'atomes de xénon ^{135}Xe disparaissent de cette manière pendant un temps élémentaire $\mathrm{d}t$?

L'isotope obtenu par capture possède une faible section efficace de capture des neutrons et sa présence n'a pas d'incidence notable sur le fonctionnement du réacteur.

2.8 — Le ^{135}Xe peut aussi disparaître par désintégration $\beta-$ en se transformant en ^{135}Cs : sa demi-vie est $T_{1/2}(^{135}\mathrm{Xe}) = 9.1\,\mathrm{h}$. Combien d'atomes de xénon disparaissent-ils de cette manière pendant un instant $\mathrm{d}t$?

Déduisez-en la variation $\mathrm{d}N_{\mathrm{Xe}}$ du nombre N_{Xe} d'atomes de xénon ^{135}Xe pendant un temps $\mathrm{d}t$ lorsque le réacteur fonctionne.

2.9 — En utilisant les résultats précédents, établissez les équations différentielles gouvernant N_{Xe} et N_{I}.

Déduisez-en les nombres N_{I}^p et N_{Xe}^p d'atomes ^{135}I et ^{135}Xe en fonction du nombre de fissions par seconde $\mathrm{d}N_f/\mathrm{d}t$ dans le réacteur lorsque le réacteur fonctionne en régime permanent (Astuce : en régime permanent, N_{Xe} et N_{I} sont constants...).

Calculez numériquement le rapport $N^p_{\mathrm{Xe}}/N^p_{\mathrm{I}}$.

2.10 — On décide d'arrêter le réacteur à l'instant $t = 0$. Réécrivez les équations différentielles précédentes. Résolvez-les et déduisez-en l'évolution de $N_{\mathrm{I}}(t)$ et $N_{\mathrm{Xe}}(t)$ après l'arrêt.

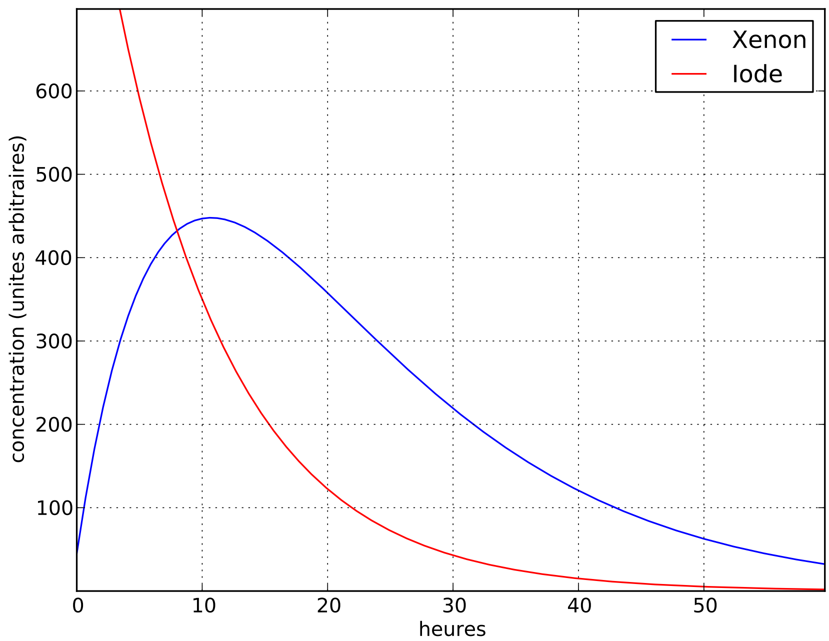
On donne la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = A\,e^{-\alpha t} - B\,f(t) \qquad f(t) = \frac{A\,e^{-\alpha t}}{B-\alpha} + C\,e^{-Bt}$$

où C est une constante à déterminer.

2.11 — En utilisant le résultat de la question précédente, calculez l'instant $T_{\max}$ (après l'arrêt) pour lequel la quantité de xénon ^{135}Xe est maximale dans le coeur du réacteur. Donnez la valeur numérique de $T_{\max}$.

2.12 — La figure suivante donne l'évolution du nombre d'atomes de ^{135}I et de ^{135}Xe après l'arrêt du réacteur. Au bout de combien d'heures la quantité de xénon ^{135}Xe sera-t-elle revenue à sa valeur N^p_{Xe} (valeur en fonctionnement) ? Quand pourra-t-on redémarrer le réacteur ? Commentez.



3. Empoisonnement par le Samarium-149

Le néodyme $^{149}_{60}$Nd et le prométhéum $^{149}_{61}$Pm sont deux éléments produits par la fission de l'$^{235}_{92}$U dans un réacteur. Leurs taux de production sont respectivement $gamma(^{149}_{60}\mathrm{Nd}) = 1.09\%$ et $\gamma(^{149}_{61}\mathrm{Pm}) = 0.04\%$.

Le néodyme $^{149}_{60}$Nd, de demi-vie $T_{1/2} = 1.73\,\mathrm{h}$ se désintègre en $^{149}_{61}$Pm ; le prométhéum $^{149}_{61}$Pm, de demi-vie $T_{1/2}(^{149}_{61}\mathrm{Pm}) = 53\,\mathrm{h}$ se désintègre à son tour en samarium $^{149}_{62}$Sm qui est un isotope stable.

3.1 — Ecrivez les équations de ces réactions. De quel type de réactions nucléaires s'agit-il ?

Comme la demi-vie du $^{149}_{60}$Nd est faible devant celle du $^{149}_{61}$Pm, on considérera pour la suite du calcul que le néodyme $^{149}_{60}$Nd se désintègre instantanément, et que le taux de production total du $^{149}_{61}$Pm est $\gamma = \gamma(^{149}_{60}\mathrm{Nd}) + \gamma(^{149}_{61}\mathrm{Pm}) = 1.13\%$.

3.2 — Sachant que l'uranium du réacteur est enrichi à 4.2%, et que la densité de l'oxyde d'uranium est $\rho = 10.5\,\mathrm{g \cdot cm^{-3}}$, calculez le nombre N_5 de noyaux $^{235}_{92}$U par cm^3 présents dans le combustible.

3.3 — Donnez l'expression du taux de fission R (nombre de fission par seconde et par cm^3) de l'$^{235}_{92}$U en fonction du flux de neutrons ϕ, du nombre N_5 de noyaux $^{235}_{92}$U par cm^3, et de la section efficace de fission σ_{f5} de l'uranium $^{235}_{92}$U. Application numérique.

3.4 — Donnez le taux de désintégration du $^{149}_{61}$Pm (nombre de désintégrations par seconde et par cm^3).

3.5 — Des résultats précédents, déduisez l'équation différentielle qui régit le nombre $N_{\mathrm{Pm}}(t)$ d'atomes de $^{149}_{61}$Pm dans un cm^3 de combustible (n'oubliez pas que le $^{149}_{61}$Pm se désintègre spontanément avec une demi-vie de 53 h).

3.6 — Le samarium-149 formé par désintégration du $^{149}_{61}$Pm est stable. Il peut toutefois se transformer en samarium-150 par capture neutronique : la section efficace de ce processus est élevée : $\sigma_c(^{149}_{62}\mathrm{Sm}) \approx 42000$ barns. Expliquez pourquoi le $^{149}_{62}$Sm constitue un poison pour le réacteur. Que devient-il lorsque le réacteur est arrêté ?

3.7 — En tenant compte de ce qui précède, écrivez l'équation régissant le nombre $N_{\mathrm{Sm}}(t)$ d'atomes de $^{149}_{62}$Sm (par cm^3).

3.8 — Lorsque le réacteur fonctionne (régime permanent), les quantités de $^{149}_{61}$Pm et de $^{149}_{62}$Sm se stabilisent. Écrivez l'expression de N^{∞}_{Pm} et N^{∞}_{Sm}, respectivement le nombre de noyaux de $^{149}_{61}$Pm et de $^{149}_{62}$Sm par cm^3 à l'équilibre. Applications numériques.

3.9 — Lorsque le réacteur s'arrête, le samarium-149 n'est plus détruit par capture neutronique : il continue de s'accumuler dans le réacteur. Écrivez les équations différentielles qui régissent $N_{\mathrm{Pm}}(t)$ et $N_{\mathrm{Sm}}(t)$ après l'arrêt du réacteur. Résolvez ces deux équations différentielles.

3.10 — Vers quelles nouvelles valeurs $N^{\text{arrêt}}_{\mathrm{Pm}}$ et $N^{\text{arrêt}}_{\mathrm{Sm}}$ tendent les nombres $N_{\mathrm{Pm}}(t)$ et $N_{\mathrm{Sm}}(t)$ d'atomes de prométhéum-149 et de samarium-149 ?

3.11 — Pour un mélange ^{235}U/^{238}U, donnez l'expression du facteur de multiplication du combustible η :

$$\eta = \frac{\text{neutrons rapides produits par fission thermique}}{\text{neutrons thermiques absorbés par fission et capture dans le combustible}}$$

Que vaut le facteur η pour de l'uranium enrichi à 4.2% ?

Modifiez l'expression de η pour tenir compte de la présence du poison neutronique $^{149}_{62}$Sm dans le réacteur.

3.12 — Rappelez la *formule des 4 facteurs*, c'est à dire l'expression du facteur de multiplication k_∞ du réacteur infini et du facteur k_{eff} :

$$k = \frac{\text{Neutrons génération } n}{\text{Neutrons génération } n-1}$$

Précisez la signification de chacun des quatre facteurs.

3.13 — Rappelez la définition de la réactivité du réacteur. En présence d'un poison, comment la réactivité est-elle modifiée ? Donnez l'expression de la variation de réactivité $\Delta\rho$ due à la présence du samarium-149 lorsque le réacteur est en régime permanent. Calculez numériquement $\Delta\rho$; exprimez cette variation en pcm (parties pour cent mille). Discutez le signe de $\Delta\rho$. De même, calculez la variation $\Delta\rho$ due au samarium-149 lorsque le réacteur est à l'arrêt depuis plusieurs mois.

3.14 — Que faudra-t-il faire lors du redémarrage pour compenser ce changement de réactivité du réacteur ?

Données : $\phi = 2 \times 10^{13}$ neutrons/cm^2/s $\quad \sigma_{f,5} = 582\,\mathrm{b} \quad \sigma_{c,5} = 108\,\mathrm{b} \quad \sigma_{c,8} = 10\,\mathrm{b} \quad \bar{\nu} = 2.47$