

# equation\_\_differentielle

September 28, 2022

## 0.1 Equations différentielles

La librairie `scipy.integrate` contient des fonctions pour résoudre les équations différentielles ordinaires, c'est à dire des équations de la forme:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

avec conditions initiales (on connaît  $y$  à l'instant  $t_0$ ). La variable  $y$  peut être un tableau numpy.

On utilise la fonction `solve_ivp` (remplace `ode` ou `odeint`):

```
def solve_ivp(fun, t_span, y0, method='RK45', t_eval=None, ...)
```

Il existe plusieurs méthodes d'intégration (par défaut Runge-Kutta d'ordre 5(4) qui adapte la taille des pas)

La fonction `solve_ivp` renvoie un objet (dictionnaire) qui le résultat (`res.y`) mais aussi d'autres informations sur la convergence de l'algorithme.

Exemple :

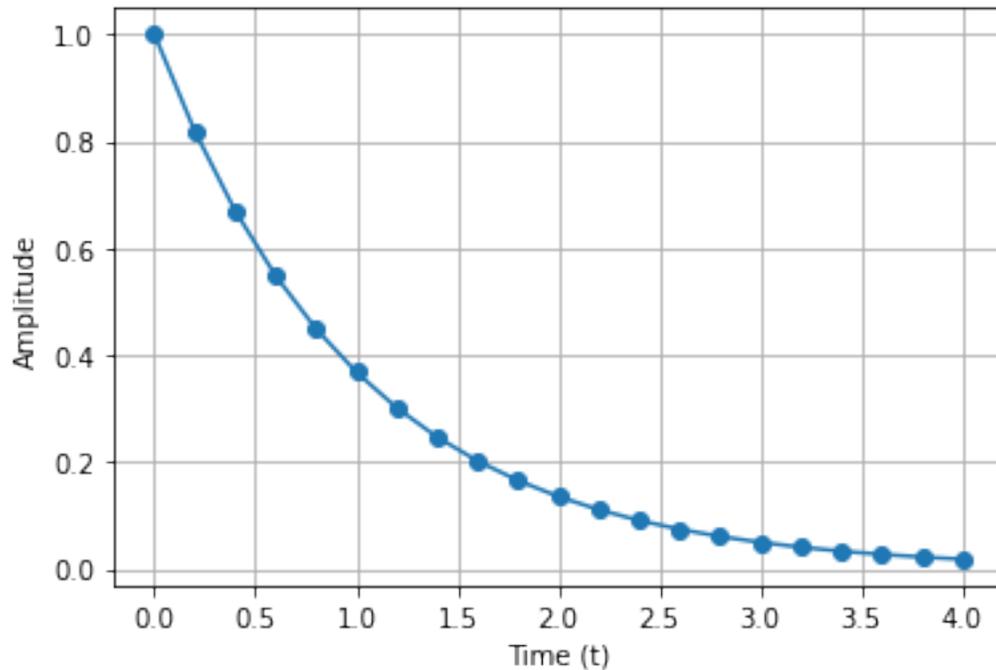
$$\frac{dy}{dt} = -y$$

```
[4]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp
# Solve initial value problem
```

```
[5]: # Ordre 1
def f(t, y):
    return -y

res = solve_ivp(f, t_span=[0, 4], y0=[1], t_eval=np.linspace(0, 4, 21))
```

```
[8]: plt.plot(res.t, res.y[0], '-o')
plt.xlabel('Time (t)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid()
```



## 0.2 Equations différentielles d'ordre élevé

L'astuce consiste à augmenter la dimension de  $y$  en rajoutant des fonctions intermédiaires qui sont les dérivées de la fonction initiale.

Par exemple l'équation

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{f(y)}{m}$$

devient

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y' \\ f(y)/m \end{pmatrix} = F(y, y')$$

```
[10]: def f(t, Y):
        y, v = Y
        a = -np.sin(y)
        return [v, a]

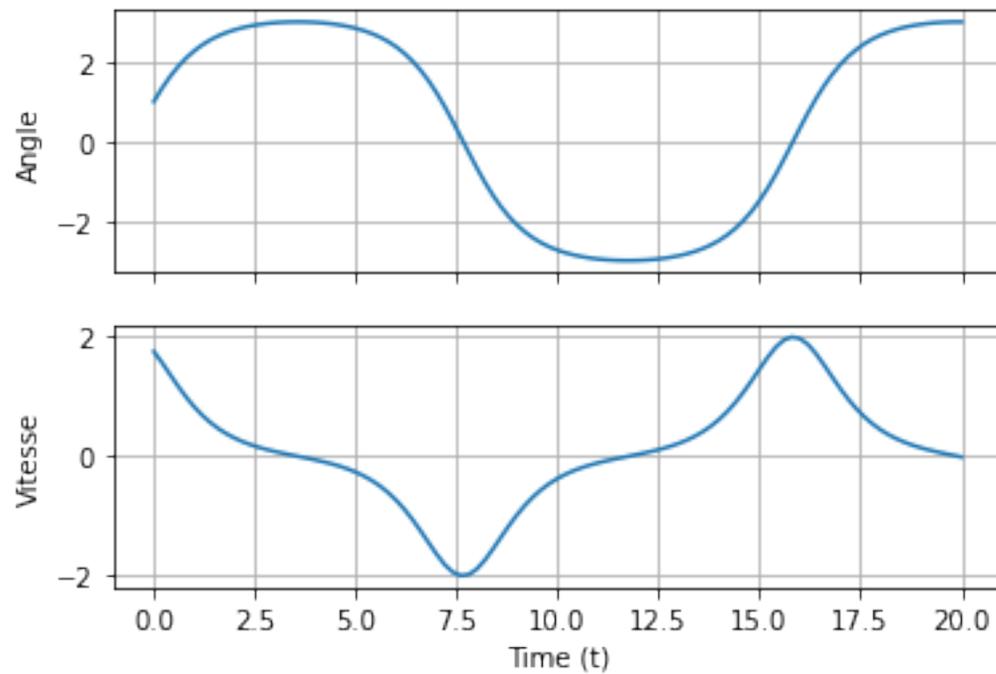
        y0 = [1, 1.75]

        res = solve_ivp(f, t_span=[0, 20], y0=y0, t_eval=np.linspace(0, 20, 101),
            rtol=1E-7, atol=1E-7)
        res
```

```
fig = plt.figure()
ax1, ax2 = fig.subplots(2, 1, sharex=True)
ax1.plot(res.t, res.y[0])
ax2.plot(res.t, res.y[1])

ax2.set_xlabel('Time (t)')
ax1.set_ylabel('Angle')
ax2.set_ylabel('Vitesse')

ax1.grid()
ax2.grid()
```



[ ]: