

EXERCICES — CORRIGÉ

Parcours SPRINT & Double Majeure PM — Année Universitaire 2023–2024

Intervenants : L. Le Guillou & J. Bolmont (Sorbonne Université / LPNHE)

TD 3

Tentatives de mise en évidence de l'Éther — Expérience de Michelson et Morley — Crise de la Physique à la fin du XIX^e siècle.

1. L'expérience de Michelson et Morley

Une source lumineuse est placée à une distance L d'un miroir et émet un rayon lumineux dans sa direction. Le rayon est réfléchi et revient vers la source.

1.1 — Quel est le temps mis par la lumière pour effectuer l'aller-retour entre la source et le miroir ?

La vitesse de la lumière étant c , le temps Δt_A mis pour le trajet aller est le même que celui pour le trajet retour Δt_R ,

$$\Delta t_A = \frac{L}{c} \quad \Delta t_R = \frac{L}{c} \quad \text{et pour l'aller-retour} \quad \Delta t_{AR} = \Delta t_A + \Delta t_R = \frac{2L}{c}$$

La source et le miroir sont maintenant en translation rectiligne et uniforme dans une direction perpendiculaire à l'axe source-miroir et avec une vitesse v .

1.2 — Représenter graphiquement la situation telle que la voit un observateur immobile. Pour cet observateur, compte-tenu de ce qu'il observe, quel est le temps T_{\perp} mis par le rayon lumineux pour faire l'aller-retour entre la source et le miroir ?

Considérons la situation depuis le référentiel de l'observateur immobile, qui est aussi celui de l'éther, dans l'interprétation classique pré-relativiste, et par conséquent, le référentiel où la vitesse de la lumière est c .

En appliquant le théorème de Pythagore sur le trajet aller (de durée Δt_A), on obtient :

$$L^2 + v^2 \Delta t_A^2 = c^2 \Delta t_A^2$$

D'où on déduit l'expression Δt_A de la durée du trajet aller,

$$\Delta t_A = \frac{L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

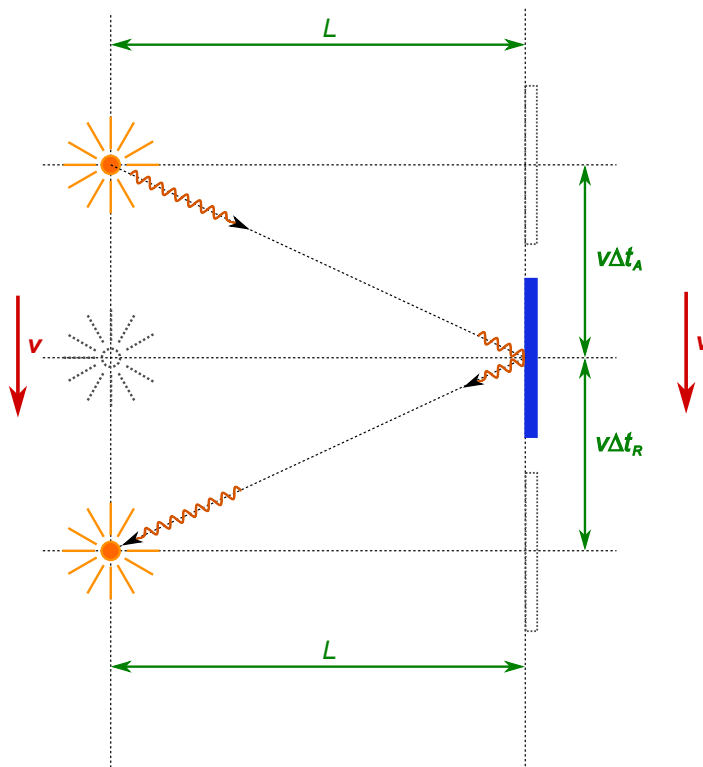


Fig. 1 – Trajectoire aller-retour du rayon lumineux entre la source et le miroir. Dans le référentiel considéré (éther), la source et le miroir sont en translation uniforme à la vitesse v , dans une direction perpendiculaire à l’axe source-miroir. À l’aller comme au retour, on obtient la distance parcourue par le rayon par le théorème de Pythagore.

Pour le trajet retour, de durée Δt_R , le raisonnement est identique,

$$\Delta t_R = \frac{L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Et le temps total aller-retour est ainsi :

$$T_{\perp} = \Delta t_{AR} = \Delta t_A + \Delta t_R = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{1}$$

1.3 — Répondre à la même question dans le cas où le déplacement se fait dans la direction source-miroir, si cette distance vaut L' . On nomme la durée trouvée T_{\parallel} .

Comme précédemment, on raisonne dans le référentiel de l’éther où la vitesse de la lumière est c . Pendant le trajet aller, de durée Δt_A , le rayon lumineux parcourt une distance $L' + v\Delta t_A$, car le miroir s’est éloigné de $v\Delta t_A$ pendant le trajet :

$$c\Delta t_A = L' + v\Delta t_A \quad \text{d'où} \quad \Delta t_A = \frac{L'}{c - v}$$

Au retour, au contraire, la source vient à la rencontre du rayon lumineux, le trajet parcouru par la lumière est réduit d’autant et vaut $L' - v\Delta t_R$. Ce qui donne :

$$c\Delta t_R = L' - v\Delta t_R \quad \text{d'où} \quad \Delta t_R = \frac{L'}{c + v}$$

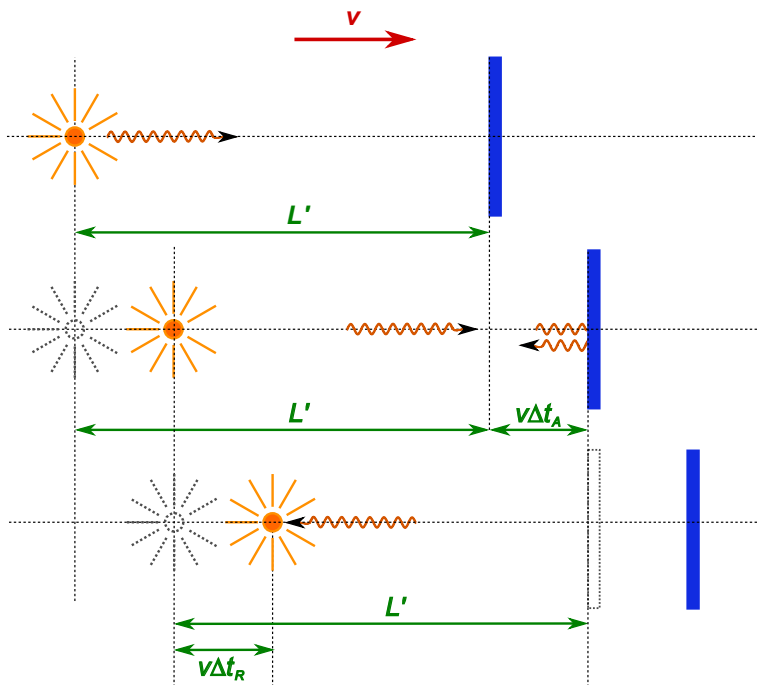


Fig. 2 – Trajectoire aller-retour du rayon lumineux entre la source et le miroir. Dans le référentiel considéré (éther), la source et le miroir sont en translation uniforme à la vitesse v , dans une direction parallèle à l’axe source-miroir. À l’aller, le rayon lumineux parcourt une distance $L' + v\Delta t_A$, car le miroir s’est éloigné de $v\Delta t_A$ pendant le trajet; au retour, au contraire, comme la source vient à la rencontre du rayon lumineux, le trajet parcouru est $L' - v\Delta t_R$.

Le temps nécessaire pour l’aller-retour du rayon lumineux est donc :

$$T_{//} = \Delta t_{AR} = \Delta t_A + \Delta t_R = \frac{2L'}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \tag{2}$$

1.4 — On suppose pour cette question que $L = L'$. Comparer T_{\perp} et $T_{//}$. Commenter ce résultat en faisant le lien avec l’expérience de Michelson et Morley.

L’expérience de Michelson et Morley vise à mettre en évidence le mouvement de l’interféromètre (solidaire de la Terre) par rapport au référentiel de l’éther, le milieu hypothétique de propagation des ondes lumineuses. Dans le référentiel de l’éther, la durée de parcours des rayons lumineux le long des deux bras est affectée par le mouvement, et $T_{\perp} \neq T_{//}$. D’après ce qui précède, la différence de temps de parcours est :

$$T_{//} - T_{\perp} = \frac{2L}{c} \left[\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] \tag{3}$$

Ce qui implique une différence de marche δ :

$$\delta = c(T_{//} - T_{\perp}) = 2L \left[\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] \approx 2L \left[1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right] = L \frac{v^2}{c^2} \tag{4}$$

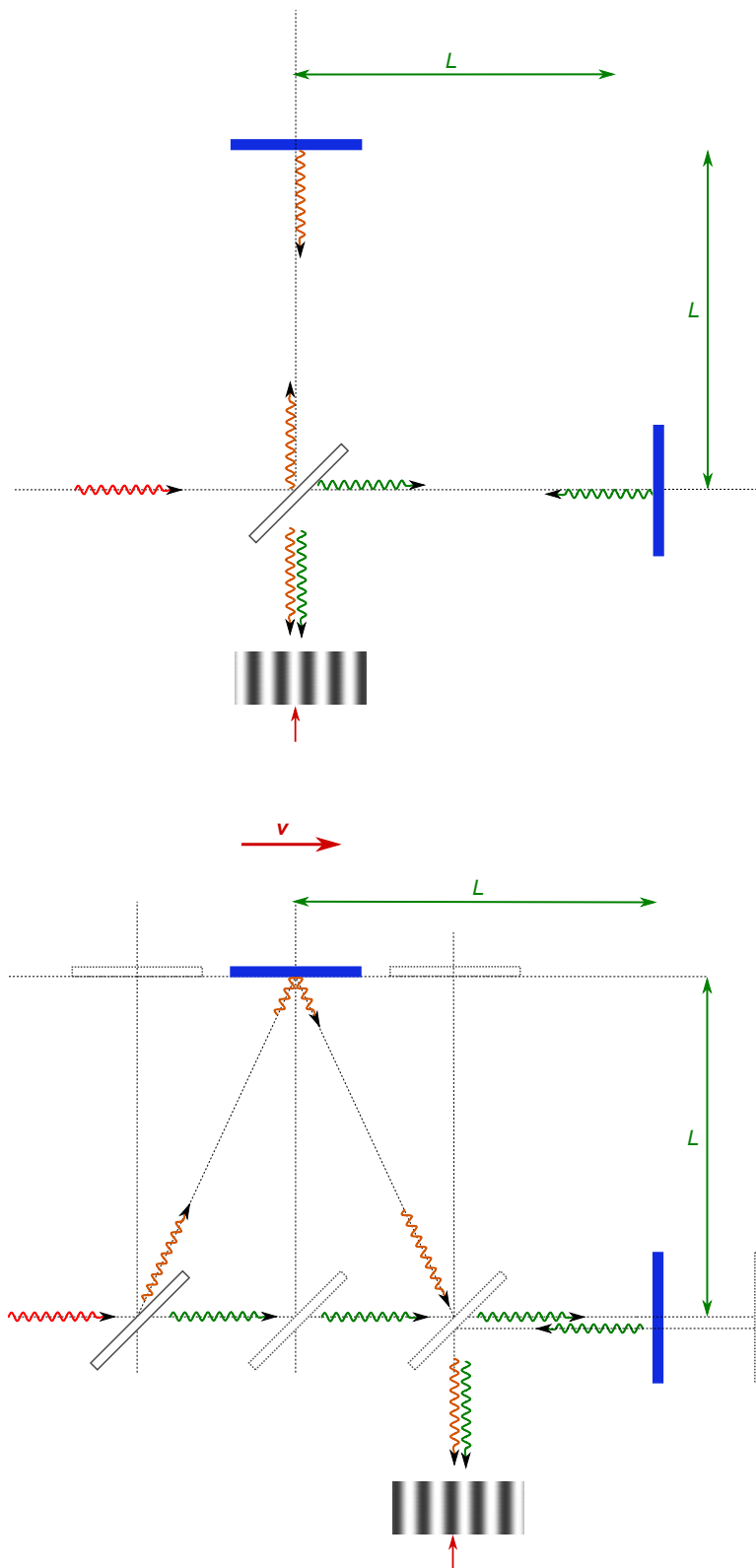


Fig. 3 – Interféromètre de Michelson. En haut : trajectoires des rayons sur les deux bras, vues dans le référentiel où le dispositif est au repos. En bas : trajectoires des rayons sur les deux bras, lorsque l’interféromètre est en mouvement à la vitesse v par rapport au référentiel de l’éther. En orange, trajectoire des rayons sur le bras perpendiculaire au mouvement relatif; en vert, trajectoire des rayons sur le bras parallèle au mouvement relatif à l’éther.

et induit un décalage du motif des franges de δ/λ où λ est la longueur d’onde de la source monochromatique utilisée. On a ici supposé v^2/c^2 petit, ce qui n’est pas déraisonnable : par exemple, si le référentiel de l’éther est solidaire du système solaire, on s’attend à une vitesse relative de l’ordre $v_{\oplus} \approx 30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, i.e. $v_{\oplus}/c \approx 10^{-4}$ soit $v_{\oplus}^2/c^2 \approx 10^{-8}$. Bien sûr, sous cette hypothèse (éther solidaire du système solaire), la vitesse relative de l’interféromètre dépend de l’orientation du montage optique, ainsi que de la période de l’année du fait du mouvement de la terre sur son orbite¹.

On ne peut évidemment pas mesurer le décalage du motif des franges par rapport à la situation où l’interféromètre serait immobile par rapport à l’éther ; par contre, on peut très bien échanger les bras perpendiculaire et parallèle de l’interféromètre en le faisant pivoter sur lui-même de 90° . Dans ce cas, la différence de marche entre les deux configurations sera 2δ , et le motif de franges se décalera de :

$$\Delta p = 2 \frac{\delta}{\lambda} \approx \frac{2L}{\lambda} \frac{v^2}{c^2} \tag{5}$$

Ainsi, si les bras de l’interféromètre font 1 m, pour une source monochromatique de longueur d’onde $\lambda = 500 \text{ nm}$, lorsqu’on fait tourner l’interféromètre de 90° , on s’attend à un décalage du motif des franges de :

$$\Delta p = 2 \frac{\delta}{\lambda} \approx \frac{2L}{\lambda} \frac{v^2}{c^2} \approx 0.04 \text{ interfrange} \tag{6}$$

ce qui est tout à fait mesurable. En pratique, on mesure la position des franges pour différentes positions azimutales de l’interféromètre (typiquement 16 angles différents dans les expériences de Miller), et on note la position des franges pour chaque angle.

Lorsque Michelson et Morley réalisent l’expérience, ils ne constatent aucun décalage du motif de franges. Ils effectuent la mesure à différentes heures de la journée, plusieurs jours d’affilée. L’expérience sera répétée de nombreuses fois, à différentes périodes de l’année, avec des interféromètres de plus en plus grands (la sensibilité augmente avec la longueur L des bras) et de sensibilité croissante, mais jamais aucun décalage significatif dû au *vent d’éther* n’a pu être mis en évidence, ce qui invalide l’hypothèse de l’existence de l’éther et d’un référentiel privilégié associé au support de propagation de la lumière.

Le tableau ci-dessous (tiré de Shankland, et al., *Rev. Mod. Phys.* 27, 167 (1955)) regroupe les résultats obtenus par Michelson et Morley, ainsi que ceux des tentatives suivantes au début du 20^{ème} siècle.

Expérience	Longueur des bras L	Décalage attendu	Observation	Rapport
Michelson (1881)	1.20 m	0.04 frange	0.02 frange	2
Michelson & Morley (1887)	11.00 m	0.40 frange	0.01 frange	40
Morley & Miller (1902-04)	32.20 m	1.13 frange	0.015 frange	80
Illingworth (1927)	2.00 m	0.07 frange	0.0004 frange	175
Joos (1930)	21.00 m	0.75 frange	0.002 frange	375

1.5 — On suppose maintenant que $L \neq L'$. Quelle devrait être la valeur de L' pour que la condition $T_{\perp} = T_{\parallel}$ soit vérifiée ?

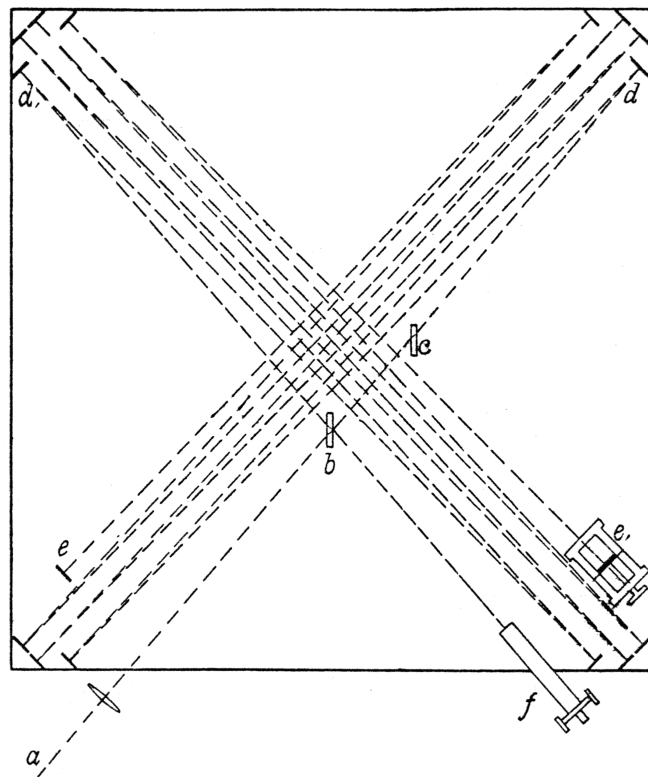
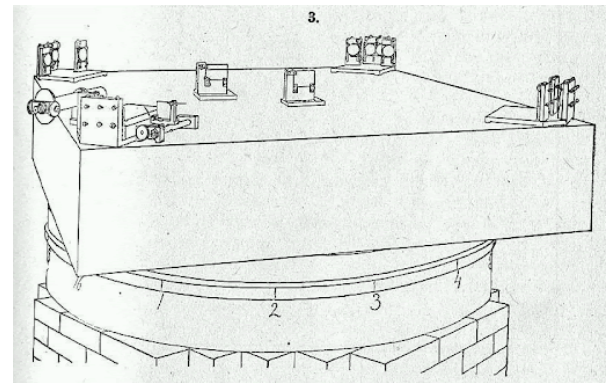
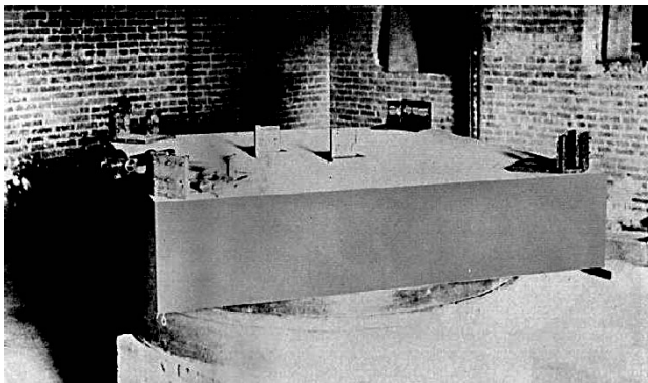
Pour qu’il n’y ait aucun décalage des franges, soit $\Delta p = 0$, comme constaté expérimentalement, il faut que $T_{\parallel} = T_{\perp}$, c’est à dire :

$$L' = L_{\parallel} = L_{\perp} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < L_{\perp} = L$$

1. On pourrait évidemment considérer que l’éther est solidaire du référentiel galactique plutôt que du système solaire, mais l’effet serait encore plus conséquent, avec $v_{\odot} \approx 200 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

et ce, même lorsqu'on échange les bras par rotation du montage. Il faut donc imaginer que le bras parallèle au mouvement relatif par rapport à l'éther voit sa longueur contractée d'un facteur $\sqrt{1 - v^2/c^2}$; autrement dit, que les objets physiques se contractent longitudinalement dans le vent d'éther de telle sorte qu'on obtienne exactement le résultat négatif de l'expérience de Michelson.

Cette proposition (ainsi que la possibilité que l'éther soit entraîné par les objets en mouvement), quelque peu *ad hoc*, sera avancée notamment par FitzGerald (1889) et par Lorentz (1892) pour sauver la théorie de l'éther luminifère, avant la formulation de la relativité restreinte par Einstein (1905).



(a) Source : alternativement, lampe Argand (quinquet) et lampe à vapeur de Sodium. (b) lame séparatrice. (c) lame compensatrice, servant à compenser le supplément de chemin optique dû aux deux passages supplémentaires de l'autre rayon à travers le verre de la lame séparatrice. (d) Miroirs supplémentaires pour augmenter le trajet effectif des rayons sur les deux bras. (e) Miroir fixe. (e') Miroir monté sur une platine micrométrique, pour ajuster le chemin optique. (f) Lunette pour observer les franges d'interférences, équipée d'une mire graduée.

Fig. 4 – Interféromètre de Michelson (expérience de 1887). À gauche, photographie du dispositif expérimental de l'expérience de 1887. L'interféromètre est monté sur un bloc de marbre qui flotte sur un bain de mercure, ce qui permet de le faire tourner sur lui-même. Des miroirs permettent d'allonger les trajets des rayons lumineux sur les deux bras en leur faisant faire des allers-retours supplémentaires. À droite, schéma du dispositif. Au-dessous, schéma du trajet des rayons lumineux. Il existe très peu de photographies de l'expérience originale. [Figures tirées de A. A. Michelson & E. W. Morley, "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether", *American Journal of Science* (1887), s3-34 (203) 333-345.]