

EXERCICES — CORRIGÉ

Parcours SPRINT & Double Majeure PM — Année Universitaire 2024–2025

Intervenants : L. Le Guillou & J. Bolmont (Sorbonne Université / LPNHE)

TD 9

Le Photon – Effet Doppler – Effet Compton, effet Compton inverse – Annihilation électron-positron – Création de paires – Masse invariante – Découverte du boson de Higgs

1. Effet Doppler

En utilisant le quadrivecteur énergie-impulsion du photon, retrouvez la loi de l'effet Doppler relativiste.

Dans un référentiel \mathcal{R} , le quadrivecteur énergie-impulsion d'un photon peut s'écrire :

$$\tilde{\mathbf{p}} = \hbar \tilde{\mathbf{k}} \quad p^\mu = \hbar k^\mu = \begin{pmatrix} E/c \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h\nu/c \\ \hbar \mathbf{k} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \tilde{\mathbf{p}}^2 = 0$$

Ecrivons ses composantes p'^μ dans un autre référentiel inertiel \mathcal{R}' , en translation uniforme par rapport à \mathcal{R} dans la direction de propagation du photon : $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathcal{R}'/\mathcal{R}) = v \mathbf{e}_x$ (v algébrique) et $\mathbf{k} = k \mathbf{e}_x$. En utilisant la transformation de Lorentz, on obtient :

$$\begin{pmatrix} h\nu'/c \\ \hbar k'_x \\ \hbar k'_y \\ \hbar k'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h\nu/c \\ \hbar k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{h\nu'}{c} &= \gamma \frac{h\nu}{c} - \beta\gamma \hbar k \\ \hbar k'_x &= \hbar k' = -\beta\gamma \frac{h\nu}{c} + \gamma \hbar k \\ \hbar k'_y &= 0 \\ \hbar k'_z &= 0 \end{aligned}$$

En utilisant $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/c$, on déduit :

$$\nu' = \gamma\nu - \beta\gamma\nu \quad \text{i.e.} \quad \nu' = \nu \times \gamma(1 - \beta) = \nu \times \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

et,

$$\lambda' = \lambda \times \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

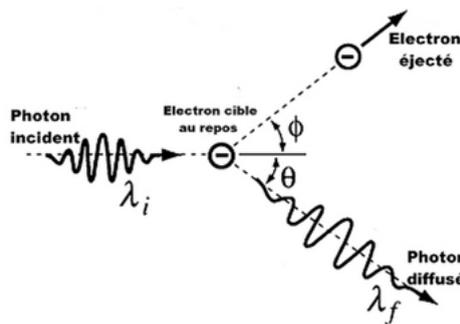
On retrouve ainsi l'équation de l'effet Doppler relativiste.

En supposant que le vecteur d'onde du photon possède une direction quelconque par rapport à la vitesse relative $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathcal{R}'/\mathcal{R})$, on peut de même retrouver les équations de l'aberration, de l'effet phare, etc..

2. L'effet Compton

En 1923, Arthur H. Compton (1892-1962) découvre que lorsqu'un photon diffuse sur un électron, la longueur d'onde du photon diffusé est modifiée, et que ce changement de longueur d'onde $\Delta\lambda$ dépend de l'angle de diffusion θ . Ce phénomène, inexplicable par l'électromagnétisme classique, ne peut être compris que dans le cadre relativiste; la découverte de l'effet Compton établit définitivement l'idée de dualité onde-corpuscule pour le photon.

2.1 — On considère la collision d'un photon d'énergie $h\nu_i$ avec un électron libre au repos (approximation raisonnable lorsque l'énergie du photon incident est grande devant l'énergie de liaison des électrons). Ecrivez la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement dans le référentiel du laboratoire.



2.2 — Déduisez-en le décalage de longueur d'onde $\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i$ du photon diffusé en fonction de son angle de diffusion θ .

On appelle respectivement ν_i et ν_f les fréquences du photon incident et du photon diffusé, \mathbf{k}_i et \mathbf{k}_f leurs vecteurs d'onde. Dans le référentiel du laboratoire (où l'électron est initialement immobile), les quadrivecteurs impulsion $\tilde{\mathbf{p}}_i$ de l'électron et $\tilde{\mathbf{q}}_i$ du photon s'écrivent :

$$\tilde{\mathbf{p}}_i : p_i^\mu = (m_e c, \mathbf{0}) \quad \tilde{\mathbf{q}}_i : q_i^\mu = \left(\frac{h\nu_i}{c}, \hbar \mathbf{k}_i \right)$$

Après la diffusion, l'électron possède une énergie E_f et une impulsion \mathbf{p}_f . Les quadri-impulsions $\tilde{\mathbf{p}}_f$ (électron) et $\tilde{\mathbf{q}}_f$ (photon) s'écrivent alors :

$$\tilde{\mathbf{p}}_f : p_f^\mu = \left(\frac{E_f}{c}, \mathbf{p}_f \right) \quad \tilde{\mathbf{q}}_f : q_f^\mu = \left(\frac{h\nu_f}{c}, \hbar \mathbf{k}_f \right)$$

La conservation de l'énergie et de l'impulsion s'exprime simplement par l'égalité :

$$\tilde{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_i = \tilde{\mathbf{p}}_f + \tilde{\mathbf{q}}_f \quad (1)$$

L'équation précédente (1) permet de trouver le décalage en longueur d'onde de manière très élégante. On peut la réécrire en isolant le quadrivecteur associé à l'électron après l'interaction, puis élever au carré l'équation obtenue pour éliminer à la fois E_f et \mathbf{p}_f :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}}_f &= \tilde{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_i - \tilde{\mathbf{q}}_f \\ \tilde{\mathbf{p}}_f^2 &= (\tilde{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_i - \tilde{\mathbf{q}}_f)^2 = \tilde{\mathbf{p}}_i^2 + \tilde{\mathbf{q}}_i^2 + \tilde{\mathbf{q}}_f^2 + 2 \tilde{\mathbf{p}}_i \cdot \tilde{\mathbf{q}}_i - 2 \tilde{\mathbf{p}}_i \cdot \tilde{\mathbf{q}}_f - 2 \tilde{\mathbf{q}}_i \cdot \tilde{\mathbf{q}}_f \end{aligned}$$

En utilisant le fait que $\tilde{\mathbf{p}}_i^2 = \tilde{\mathbf{p}}_f^2 = m_e^2 c^2$, et que par ailleurs, pour le photon, $\tilde{\mathbf{q}}_i^2 = \tilde{\mathbf{q}}_f^2 = 0$, on obtient :

$$m_e h(\nu_i - \nu_f) = \frac{h^2 \nu_i \nu_f}{c^2} - \hbar^2 \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{k}_f$$

Par ailleurs, pour un photon, $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/c$, ce qui donne :

$$m_e(\nu_i - \nu_f) = \frac{h}{c^2} \nu_i \nu_f (1 - \cos \theta)$$

Où θ est l'angle entre les directions du photon incident et du photon diffusé. En divisant par $\nu_i \nu_f$ et en faisant apparaître les longueurs d'onde λ_i et λ_f , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{c}{\nu_f} - \frac{c}{\nu_i} &= \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \\ \Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i &= \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \end{aligned}$$

2.3 — Expérimentalement (A. H. Compton, *Phys. Rev.*, **21** (1923), 483.), A. H. Compton trouve qu'à 90° la longueur d'onde de la raie $K\alpha$ ($\lambda_i = 0.0708$ nm) du molybdène est mesurée à $\lambda_f = 0.0730$ nm. Déduisez-en une estimation de la masse de l'électron.

En utilisant le résultat précédent, on établit :

$$m_e = \frac{h}{c(\lambda_f - \lambda_i)} (1 - \cos \theta)$$

Ce qui donne ici, pour $\Delta\lambda = 0.0022$ nm et $\theta = \pi/2$,

$$m_e \approx 1.0 \times 10^{-30} \text{ kg} \approx 564 \text{ keV}/c^2$$

Ce qui n'est pas très loin de la mesure actuelle de $m_e = 511 \text{ keV}/c^2$.

2.4 — Le processus inverse de l'effet Compton, baptisé diffusion Compton inverse, se produit lorsque des électrons très énergétiques sont freinés par les photons du milieu. Ce phénomène est observé en astrophysique, par exemple lorsque les photons du rayonnement fossile micro-onde interagissent avec les électrons très énergétiques du gaz chaud d'un amas de galaxies (effet Sunyaev-Zel'dovich).

Montrez que dans ce cas, le photon diffusé *gagne de l'énergie* aux dépens de l'électron (astuce : reprendre le calcul précédent en se plaçant dans le référentiel de l'électron après la collision).

D'un point de vue formel, le processus est en fait exactement le même que pour l'effet Compton, il ne s'agit que d'un changement de référentiel. La conservation du quadrivecteur énergie-impulsion s'écrit comme précédemment :

$$\tilde{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_i = \tilde{\mathbf{p}}_f + \tilde{\mathbf{q}}_f \quad (2)$$

Qu'on peut réécrire afin d'éliminer E_i et \mathbf{p}_i :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{p}}_i &= \tilde{\mathbf{p}}_f - \tilde{\mathbf{q}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_f \\ \tilde{\mathbf{p}}_i^2 &= (\tilde{\mathbf{p}}_f - \tilde{\mathbf{q}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_f)^2 = \tilde{\mathbf{p}}_f^2 + \tilde{\mathbf{q}}_i^2 + \tilde{\mathbf{q}}_f^2 - 2 \tilde{\mathbf{p}}_f \cdot \tilde{\mathbf{q}}_i + 2 \tilde{\mathbf{p}}_f \cdot \tilde{\mathbf{q}}_f - 2 \tilde{\mathbf{q}}_i \cdot \tilde{\mathbf{q}}_f\end{aligned}$$

En se plaçant dans le référentiel de l'électron **après** la collision, on a cette fois, dans ce référentiel, avant la collision :

$$\tilde{\mathbf{p}}_i : p_i^\mu = \left(\frac{E_i}{c}, \mathbf{p}_i \right) \quad \tilde{\mathbf{q}}_i : q_i^\mu = \left(\frac{h\nu_i}{c}, \hbar \mathbf{k}_i \right)$$

Après la diffusion, l'électron possède une énergie $m_e c^2$ et une impulsion nulle. Les quadri-impulsions $\tilde{\mathbf{p}}_f$ (électron) et $\tilde{\mathbf{q}}_f$ (photon) s'écrivent alors :

$$\tilde{\mathbf{p}}_f : p_f^\mu = (m_e c, \mathbf{0}) \quad \tilde{\mathbf{q}}_f : q_f^\mu = \left(\frac{h\nu_f}{c}, \hbar \mathbf{k}_f \right)$$

Le calcul est analogue, et on trouve cette fois :

$$m_e h(\nu_i - \nu_f) = -\frac{h^2 \nu_i \nu_f}{c^2} + \hbar^2 \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{k}_f$$

$$m_e(\nu_i - \nu_f) = \frac{h}{c^2} \nu_i \nu_f (\cos \theta - 1)$$

$$\frac{c}{\nu_f} - \frac{c}{\nu_i} = \frac{h}{m_e c} (\cos \theta - 1)$$

$$\Delta \lambda = \lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_e c} (\cos \theta - 1) < 0$$

Dans le référentiel de l'électron après la collision, la longueur d'onde du photon diffusé est inférieure à la longueur d'onde du photon incident : le photon a donc **gagné** de l'énergie aux dépens de l'électron.

2.5 — Montrez qu'un processus où le photon disparaîtrait par absorption par un électron libre est impossible, du fait des lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion. Commentez pour l'effet photoélectrique.

Pour un processus d'absorption totale du photon, dans le référentiel de l'électron initialement au repos, on aurait :

$$\tilde{\mathbf{p}}_i : (m_e c, \mathbf{0}) \quad \tilde{\mathbf{q}}_i : \left(\frac{h\nu}{c}, \hbar \mathbf{k} \right) \quad \tilde{\mathbf{p}}_f : \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}_f \right) \quad \tilde{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{q}}_i = \tilde{\mathbf{p}}_f$$

En prenant le carré de cette dernière expression, on trouve :

$$\tilde{\mathbf{p}}_i^2 + \tilde{\mathbf{q}}_i^2 + 2 \tilde{\mathbf{p}}_i \cdot \tilde{\mathbf{q}}_i = \tilde{\mathbf{p}}_f^2 \quad \text{soit} \quad m_e^2 c^2 + 2 m_e h\nu = m_e^2 c^2$$

Ce qui est impossible. L'absorption d'un photon par un électron libre est interdite par la conservation simultanée de l'énergie et de l'impulsion.

Dans le cas de l'effet photo-électrique, l'électron est lié à l'atome : un transfert d'impulsion a lieu vers l'atome lui-même, ce qui rend l'interaction compatible avec la conservation de l'énergie et de l'impulsion.

3. Annihilation $e^+ e^-$, création de paires

3.1 — Lorsqu'un électron rencontre son anti-particule, le positron (ou positon), ils s'annihilent mutuellement et produisent des photons, *i.e.* des particules d'énergie pure, sans masse au repos. Montrez que l'annihilation d'une paire $e^+ e^-$ ne peut pas s'effectuer en produisant un photon unique, mais au minimum deux photons (à basse énergie, l'annihilation d'une paire $e^+ e^-$ s'effectue en produisant soit deux photons (75% des cas), soit trois photons (25% des cas)).

Si l'annihilation d'une paire $e^+ e^-$ produisait un photon unique, on aurait :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{i+} + \tilde{\mathbf{p}}_{i-} = \tilde{\mathbf{q}}_f.$$

où $\tilde{\mathbf{p}}_{i+}$ et $\tilde{\mathbf{p}}_{i-}$ sont les quadrivecteurs énergie-impulsion respectifs du positron et de l'électron avant leur rencontre, et $\tilde{\mathbf{q}}_f$ le quadrivecteur énergie-impulsion de l'hypothétique photon unique produit.

En prenant le carré de cette dernière expression, on trouve :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{i+}^2 + \tilde{\mathbf{p}}_{i-}^2 + 2 \tilde{\mathbf{p}}_{i+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{i-} = \tilde{\mathbf{q}}_f^2 \quad \text{soit} \quad 2m_e^2 c^2 + 2 \tilde{\mathbf{p}}_{i+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{i-} = 0 \quad \text{i.e.} \quad m_e^2 c^2 + \tilde{\mathbf{p}}_{i+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{i-} = 0 \quad (3)$$

Si on se place dans le référentiel propre de la paire $e^+ e^-$ avant leur annihilation, autrement dit dans le référentiel *centre de masse* du système constitué de l'électron et du positron, on aura dans ce référentiel :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{i+} : p_{i+}^\mu = (E_{i+}/c, \mathbf{p}_{i+}) \quad \tilde{\mathbf{p}}_{i-} : p_{i-}^\mu = (E_{i-}/c, \mathbf{p}_{i-})$$

Comme on se place dans le référentiel du centre de masse, la quantité de mouvement totale y est nulle :

$$\mathbf{p}_{i+} + \mathbf{p}_{i-} = \mathbf{0}$$

Par conséquent, dans ce référentiel, $\mathbf{p}_{i+} = -\mathbf{p}_{i-}$, et comme électron et positron ont même masse m_e , on aura aussi $E_{i+} = E_{i-}$. On en déduit :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{i+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{i-} = \frac{E_{i+} E_{i-}}{c^2} - \mathbf{p}_{i+} \cdot \mathbf{p}_{i-} = \frac{E_{i+}^2}{c^2} + \mathbf{p}_{i+}^2 = \frac{E_{i+}^2}{c^2} + p_{i+}^2 > 0$$

Et l'équation (3) devient alors :

$$m_e^2 c^2 + \frac{E_{i+}^2}{c^2} + p_{i+}^2 = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{E_{i+}^2}{c^2} + p_{i+}^2 = -m_e^2 c^2 < 0$$

Ce qui est impossible. On pouvait d'ailleurs s'en douter, en remarquant que le référentiel propre de la paire $e^+ e^-$ est aussi le référentiel propre du photon après la réaction d'annihilation : or, on ne peut pas définir de référentiel propre pour un photon (ce serait le référentiel où le photon est au repos, ce qui n'existe pas dans le cadre relativiste).

3.2 — Un photon peut aussi disparaître et se matérialiser sous la forme d'une paire électron-positron $e^+ e^-$. Quelle est l'énergie minimale qu'un photon doit posséder pour produire une paire $e^+ e^-$?

Afin de produire un électron et un anti-électron, il faut disposer dans le référentiel du centre de masse, avant la réaction, d'une énergie au moins égale à $2 \times m_e c^2$ soit 2×511 keV. La matérialisation d'un photon en une paire $e^+ e^-$ n'est donc possible que pour des photons pour lesquels $h\nu \geq 1022$ keV.

3.3 — Montrez que ce processus de création de paire ne peut pas se produire dans le vide (il ne se produit en fait qu'en présence d'un champ électromagnétique externe, par exemple dans la matière à proximité d'un noyau atomique).

Le raisonnement est analogue au précédent : il s'agit du même phénomène, mais en remontant le sens du temps.

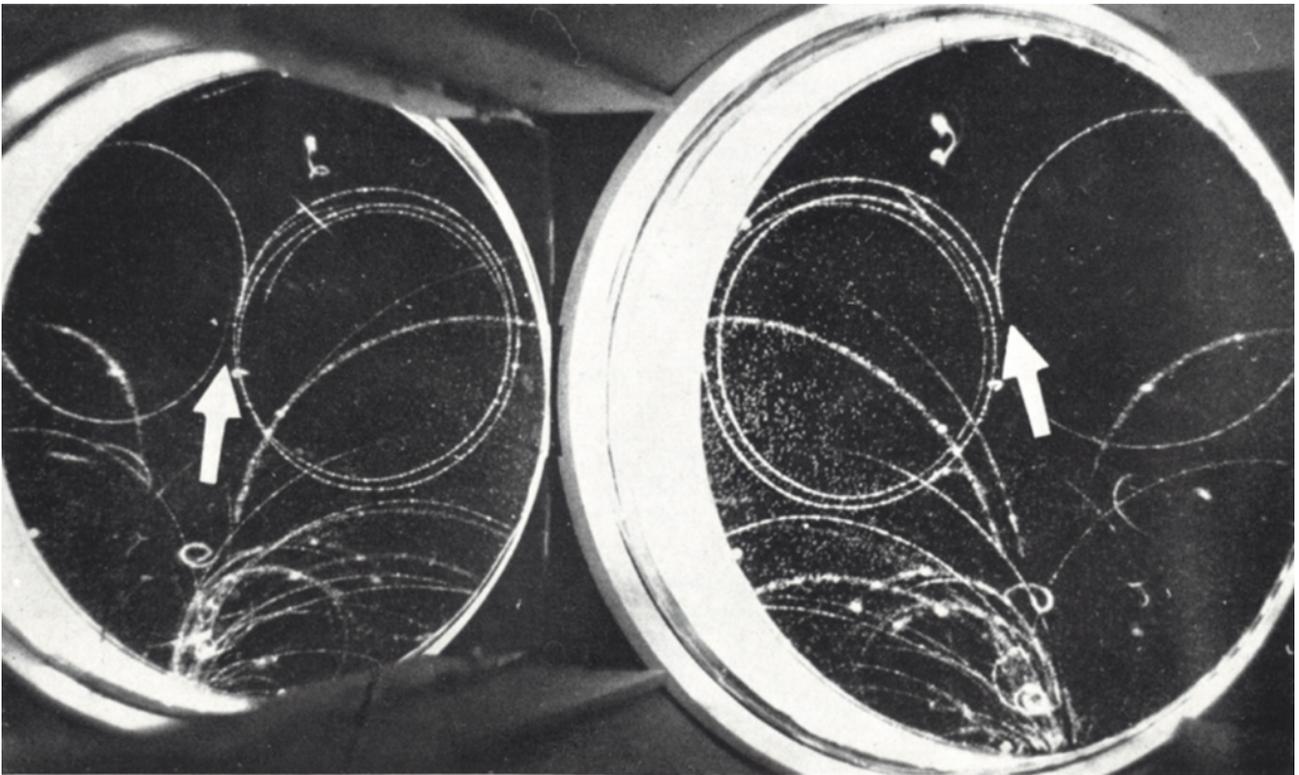


Fig. 1 – Création d'une paire électron-positron, visualisée dans une chambre à brouillard remplie de méthane sous 1.5 atm. Le diamètre de la chambre est de 30 cm, et le champ magnétique appliqué est de 0.162 T (1620 gauss). Sous l'effet du champ magnétique, l'électron et le positron tournent en sens contraire; l'électron décrit plusieurs spires. Le miroir permet de disposer d'une vue stéréoscopique des événements enregistrés sur le cliché (1949).

Pour un tel processus de création d'une paire $e^+ e^-$, on aurait :

$$\tilde{\mathbf{q}}_i = \tilde{\mathbf{p}}_{f+} + \tilde{\mathbf{p}}_{f-}$$

En prenant le carré de cette dernière expression, on trouve :

$$\tilde{\mathbf{q}}_i^2 = \tilde{\mathbf{p}}_{f+}^2 + \tilde{\mathbf{p}}_{f-}^2 + 2 \tilde{\mathbf{p}}_{f+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{f-} \quad \text{soit} \quad 0 = m_e^2 c^2 + \tilde{\mathbf{p}}_{f+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{f-}$$

Si on se place dans le référentiel propre de la paire $e^+ e^-$ après la réaction, on aura :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{f+} : (E_{f+}/c, \mathbf{p}_{f+}) \quad \tilde{\mathbf{p}}_{f-} : (E_{f-}/c, \mathbf{p}_{f-})$$

Avec $\mathbf{p}_{f+} + \mathbf{p}_{f-} = \mathbf{0}$ dans le référentiel propre. Par conséquent, dans ce référentiel, $\mathbf{p}_{f+} = -\mathbf{p}_{f-}$, et comme électron et positron ont même masse m_e , on aura aussi $E_{f+} = E_{f-}$. On en déduit :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{f+} \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{f-} = \frac{E_{f+} E_{f-}}{c^2} - \mathbf{p}_{f+} \cdot \mathbf{p}_{f-} = \frac{E_{f+}^2}{c^2} + \mathbf{p}_{f+}^2 = \frac{E_{f+}^2}{c^2} + p_{f+}^2 > 0$$

Et l'expression précédente devient alors :

$$0 = m_e^2 c^2 + \frac{E_{f+}^2}{c^2} + p_{f+}^2 \quad \text{soit} \quad \frac{E_{f+}^2}{c^2} + p_{f+}^2 = -m_e^2 c^2 < 0$$

Ce qui est impossible. On pouvait d'ailleurs s'en douter, en remarquant que le référentiel propre de la paire $e^+ e^-$ est aussi le référentiel propre du photon avant collision : or, on ne peut pas définir de référentiel propre pour un photon (ce serait le référentiel où le photon est au repos, ce qui n'existe pas).

La matérialisation d'un photon sous forme d'une paire $e^+ e^-$ n'est en fait possible que dans un champ électromagnétique externe, par exemple dans la matière, à proximité d'un noyau (qui récupère une partie de l'impulsion).

4. La physique au Large Hadron Collider (LHC) : découverte du boson de Higgs

Afin de comprendre la structure élémentaire de la matière, les physiciens des particules ont développé des techniques d'accélération des particules chargées (électrons, protons, ions, etc) permettant de produire des collisions à très haute énergie. L'analyse détaillée de chaque collision permet de mieux comprendre la sous-structure des particules, leurs interactions, et de découvrir de nouvelles particules. C'est ainsi qu'ont été découverts un ensemble de particules élémentaires prédites par le *Modèle Standard* : les quarks charm (c), bottom (b) et top (t); les bosons W^+ , W^- et Z ; et enfin le boson de Higgs en 2012.

Le boson de Higgs a été mis en évidence au *Large Hadron Collider* dans des collisions de protons dont l'énergie cinétique est de plusieurs téra-électrons-volts (TeV). Pour atteindre cette énergie, les protons sont injectés et accélérés dans une succession d'accélérateurs de plus en plus puissants (fig. 2). Les faisceaux de protons entrent en collision en 4 points du LHC, où sont placés 4 énormes détecteurs de particules dédiés : ATLAS, CMS, LHCb et ALICE.

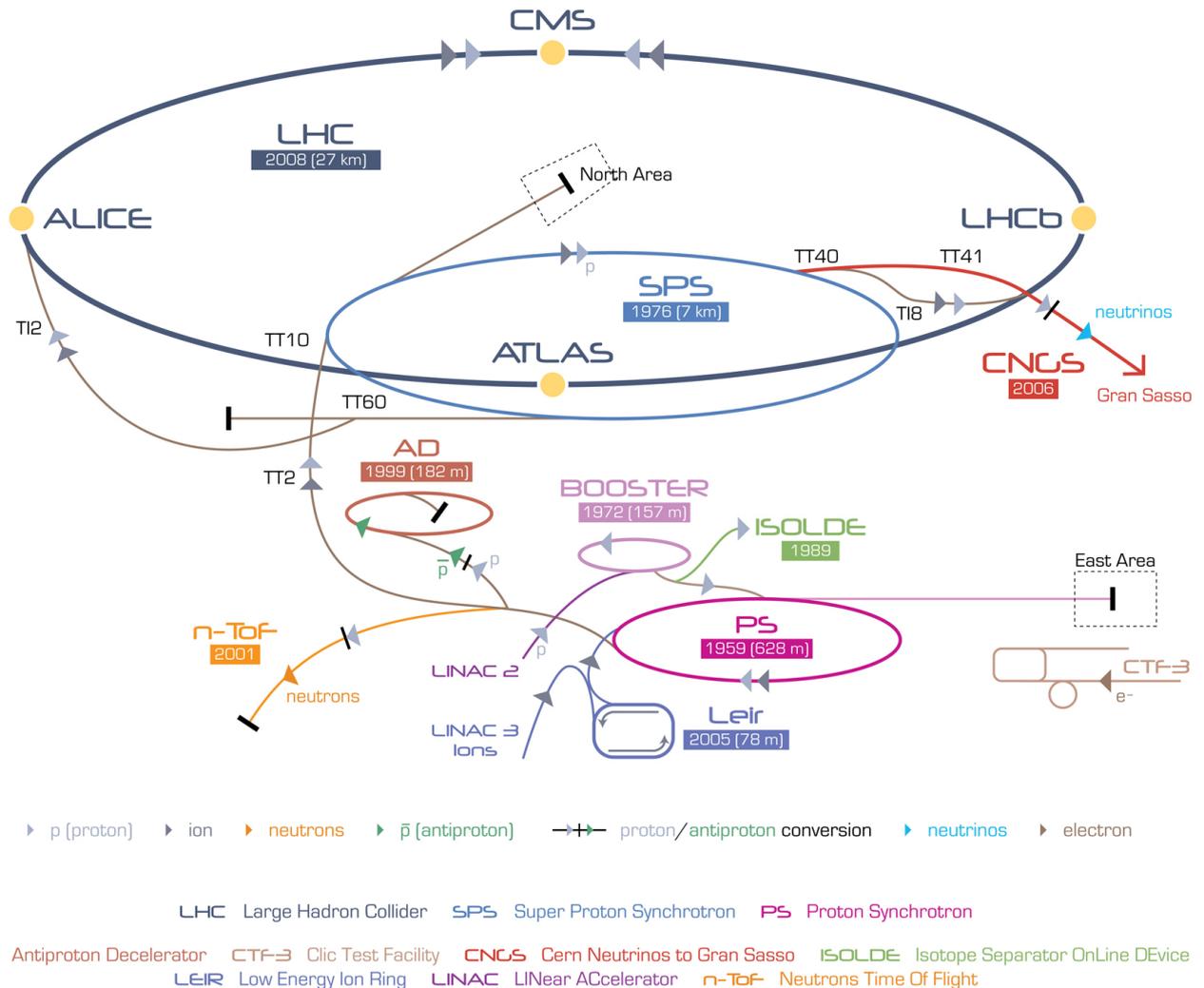


Fig. 2 – Structure des accélérateurs de particules du CERN (Genève). Les protons sont d’abord accélérés dans l’accélérateur linéaire “LINAC 2” ($T = 50 \text{ MeV}$), puis injectés et accélérés dans le synchrotron “PS Booster” ($T = 1.4 \text{ GeV}$), puis dans le PS ($T = 25 \text{ GeV}$), le SPS ($T = 450 \text{ GeV}$) et enfin le LHC lui-même ($T = 7 \text{ TeV}$).

Détection du boson de Higgs dans le canal $\gamma\gamma$

Si l’énergie dans le référentiel du centre de masse est suffisante, il est possible de produire un boson de Higgs dans la collision. Le boson de Higgs est instable et peut se désintégrer de différentes manières (on parle de “voies” ou de “canaux de désintégration”). Il peut par exemple se désintégrer en deux photons gamma (canal diphoton) : cette signature est l’une des plus faciles à mettre en évidence (“canal en or”).

4.1 — Ecrivez l’équation-bilan de la désintégration du boson de Higgs (noté H) en deux photons gamma. On se place dans le référentiel du boson de Higgs \mathcal{R}_H : écrivez la conservation du quadri-vecteur énergie-impulsion total avant et après la désintégration.

L’équation de la désintégration du boson de Higgs en deux photons s’écrit :

$$H \longrightarrow \gamma + \gamma$$

Du fait de la conservation du quadri-vecteur énergie-impulsion total, on aura :

$$\tilde{\mathbf{p}}_H = \tilde{\mathbf{q}}_1 + \tilde{\mathbf{q}}_2$$

où $\tilde{\mathbf{p}}_H$, $\tilde{\mathbf{q}}_1$ et $\tilde{\mathbf{q}}_2$ sont respectivement les quadrivecteurs énergie-impulsion du boson de Higgs avant sa désintégration, et des deux photons issus de sa désintégration.

Dans le référentiel du boson de Higgs \mathcal{R}_H , leurs composantes contravariantes sont :

$$\tilde{\mathbf{p}}_H : p_H^\mu = \begin{pmatrix} m_H c \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{q}}_1 : q_1^\mu = \begin{pmatrix} E_1^*/c = h\nu_1^*/c \\ \hbar \mathbf{k}_1^* \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{q}}_2 : q_2^\mu = \begin{pmatrix} E_2^*/c = h\nu_2^*/c \\ \hbar \mathbf{k}_2^* \end{pmatrix}$$

Par conservation du vecteur quantité de mouvement, on a nécessairement

$$\hbar \mathbf{k}_1^* + \hbar \mathbf{k}_2^* = \mathbf{0} \quad \text{soit} \quad \hbar \mathbf{k}_2^* = -\hbar \mathbf{k}_1^*.$$

On en déduit que les deux photons sont émis dos à dos dans le référentiel \mathcal{R}_H , avec des impulsions opposées ; ils ont par conséquent la même énergie $E_\gamma^* = E_1^* = E_2^*$ dans \mathcal{R}_H .

4.2 — Que vaut la masse invariante $m_{\gamma\gamma}$ du système formé par les deux photons issus de la désintégration du Higgs ? Quelle est l'énergie de chaque photon dans le référentiel du Higgs \mathcal{R}_H ? Que vaut nécessairement l'angle entre les deux photons émis dans \mathcal{R}_H ?

D'après ce qui précède, dans \mathcal{R}_H les deux photons sont émis dos à dos, avec la même énergie et des impulsions opposées. L'angle entre les deux photons vaut nécessairement $\theta_{12}^* = \pi$.

Par conservation de l'énergie, on aura :

$$E_1^* + E_2^* = 2E_\gamma^* = m_H c^2 \quad \text{soit} \quad E_1^* = E_2^* = E_\gamma^* = \frac{m_H c^2}{2}$$

La masse invariante du système constitué des deux photons s'écrit dans \mathcal{R}_H :

$$m_{\gamma\gamma}^2 c^2 = (\tilde{\mathbf{q}}_1 + \tilde{\mathbf{q}}_2)^2 = \left(\frac{E_1^*}{c} + \frac{E_2^*}{c} \right)^2 = 4 \frac{(E_\gamma^*)^2}{c^2}$$

Soit,

$$m_{\gamma\gamma}^2 = 4 \frac{(E_\gamma^*)^2}{c^4} \quad m_{\gamma\gamma} = 2 \frac{E_\gamma^*}{c^2} = m_H$$

4.3 — Écrivez maintenant le bilan de la désintégration du Higgs en deux photons dans le référentiel du laboratoire \mathcal{R} . Exprimez la masse invariante en fonction des énergies E_1 et E_2 de chacun des deux photons et de l'angle θ_{12} entre les deux photons. Exprimez la masse m_H du boson de Higgs en fonction de E_1 , E_2 et θ_{12} .

Dans le référentiel du laboratoire, en réutilisant les mêmes notations mais cette fois dans \mathcal{R} , on a :

$$\tilde{\mathbf{p}}_H : p_H^\mu = \begin{pmatrix} E_H/c \\ \mathbf{p}_H \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{q}}_{\gamma 1} : q_{\gamma 1}^\mu = \begin{pmatrix} E_1/c = h\nu_1/c \\ \hbar \mathbf{k}_1 \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{q}}_{\gamma 2} : q_{\gamma 2}^\mu = \begin{pmatrix} E_2/c = h\nu_2/c \\ \hbar \mathbf{k}_2 \end{pmatrix}$$

où E_H , E_1 et E_2 sont cette fois les énergies du Higgs et des deux photons dans le référentiel \mathcal{R} , et \mathbf{p}_H , $\hbar \mathbf{k}_1$ et $\hbar \mathbf{k}_2$ les quantités de mouvement du boson de Higgs et des deux photons.

La masse invariante du système constitué des deux photons s'écrit alors :

$$\begin{aligned} m_{\gamma\gamma}^2 c^2 &= (\tilde{\mathbf{q}}_1 + \tilde{\mathbf{q}}_2)^2 = \tilde{\mathbf{q}}_1^2 + \tilde{\mathbf{q}}_2^2 + 2\tilde{\mathbf{q}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{q}}_2 = 2\tilde{\mathbf{q}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{q}}_2 \\ &= 2 \frac{E_1 E_2}{c^2} - 2\hbar^2 \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2 = 2 \frac{E_1 E_2}{c^2} - 2 \frac{\hbar^2}{\lambda_1 \lambda_2} \cos \theta_{12} \\ &= 2 \frac{E_1 E_2}{c^2} - 2 \frac{\hbar^2 \nu_1 \nu_2}{c^2} \cos \theta_{12} = 2 \frac{E_1 E_2}{c^2} [1 - \cos \theta_{12}] \\ m_{\gamma\gamma} &= \sqrt{\frac{2E_1 E_2}{c^4} (1 - \cos \theta_{12})} \end{aligned}$$

Par ailleurs, comme d’une part le quadrivecteur énergie-impulsion total est conservé (et donc sa pseudo-norme carrée), et que d’autre part la pseudo-norme carrée est un invariant de Lorentz, on a :

$$m_{\gamma\gamma}^2 c^2 = (\tilde{\mathbf{q}}_1 + \tilde{\mathbf{q}}_2)^2 = \tilde{\mathbf{p}}_H^2 = m_H^2 c^2 \quad \text{soit} \quad m_H = m_{\gamma\gamma}$$

La masse invariante du système constitué des deux photons est donc toujours égale à la masse du boson de Higgs, quel que soit le référentiel dans lequel on mesure l’énergie des deux photons.

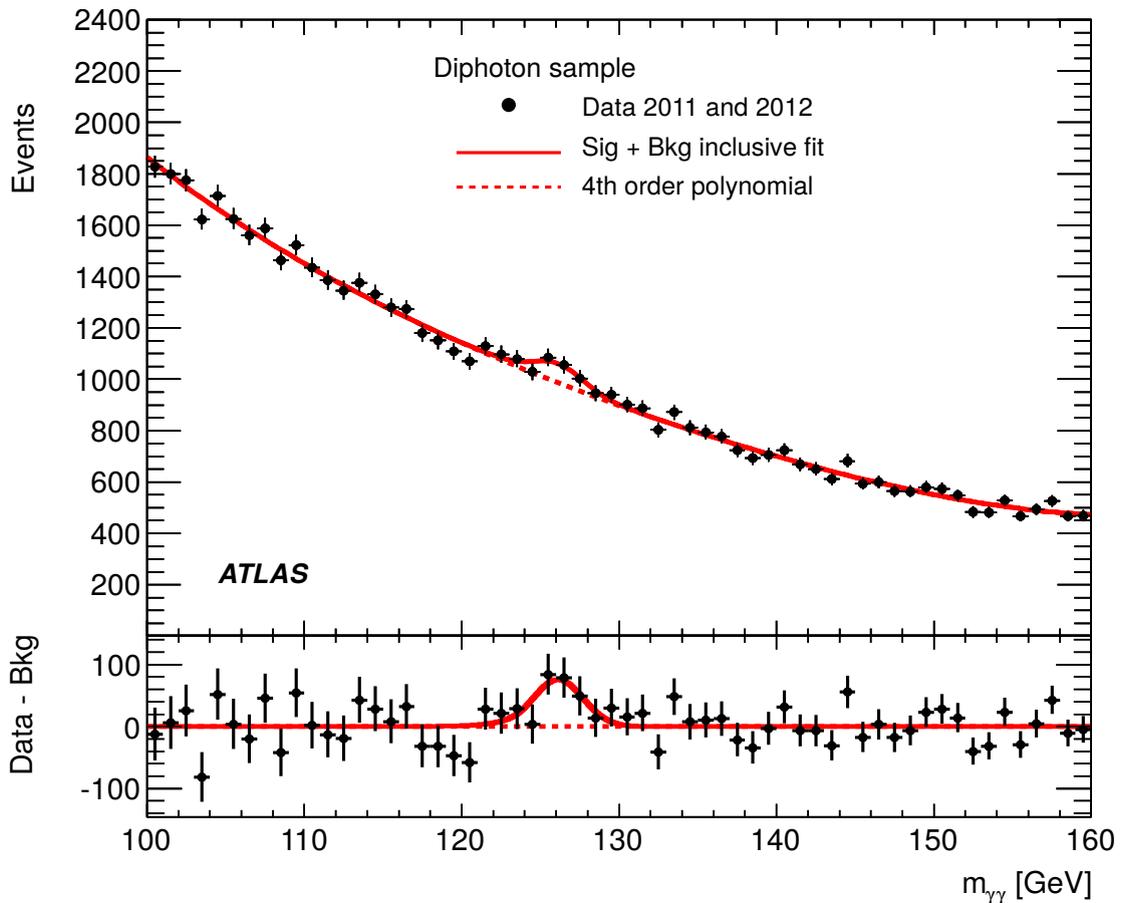


Fig. 3 – Distribution de la masse invariante $m_{\gamma\gamma}$ mesurée pour tous les événements avec 2 photons de haute énergie dans l’expérience ATLAS au LHC (points noirs). En pointillés rouges, modélisation du fonds dû à toutes les autres réactions produisant principalement deux photons gamma. Première analyse du canal “diphoton”, thèse de doctorat de Heberth Torres (soutenue en 2013), LPNHE.

4.4 — La figure 3 représente la distribution de la masse invariante $m_{\gamma\gamma}$ pour les événements où sont apparus deux photons γ de haute énergie. Il s’agit du premier lot de mesures effectuées dans l’expérience ATLAS au LHC, ayant permis la découverte du Higgs. Déduisez-en la masse du boson de Higgs.

La distribution de la masse invariante $m_{\gamma\gamma}$ présente un excès autour de $m_{\gamma\gamma} \approx 126 \text{ GeV}/c^2$: la modélisation des processus connus produisant deux photons gamma ne permet pas d’en rendre compte. Cet excès est dû à la désintégration en deux photons d’une nouvelle particule, dont la masse est par conséquent $m_H = m_{\gamma\gamma} \approx 126 \text{ GeV}/c^2$. C’est le boson de Higgs, dont l’existence avait été prédite par Robert Brout, François Englert et Peter Higgs en 1964. Sa découverte dans les expériences ATLAS et CMS au LHC a valu le prix Nobel de physique 2013 à François Englert et Peter Higgs.

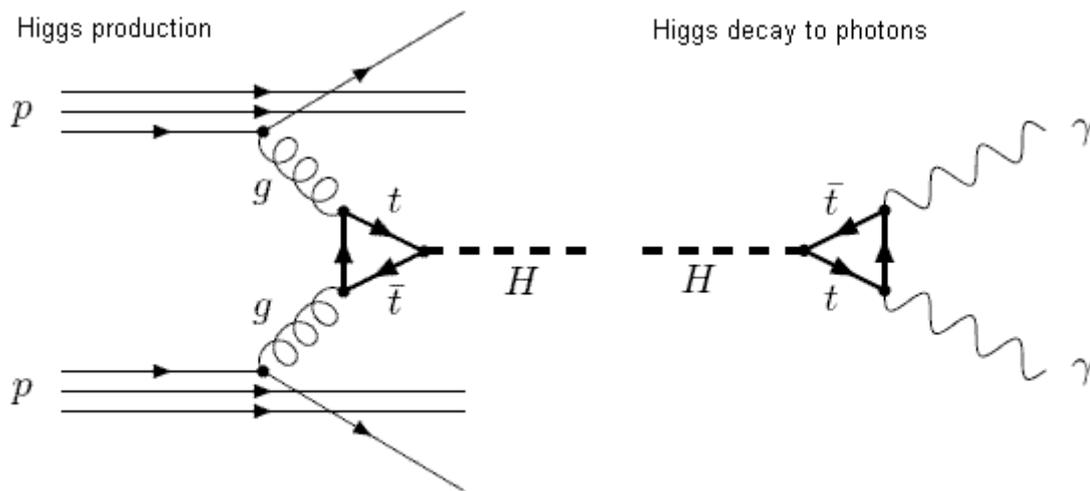


Fig. 4 – Diagrammes de Feynman (le temps va de gauche à droite) : à gauche, production d’un boson de Higgs dans une collision de protons par fusion de gluons (les protons sont “détruits” dans ce type de collision); à droite, désintégration du boson de Higgs en deux photons.

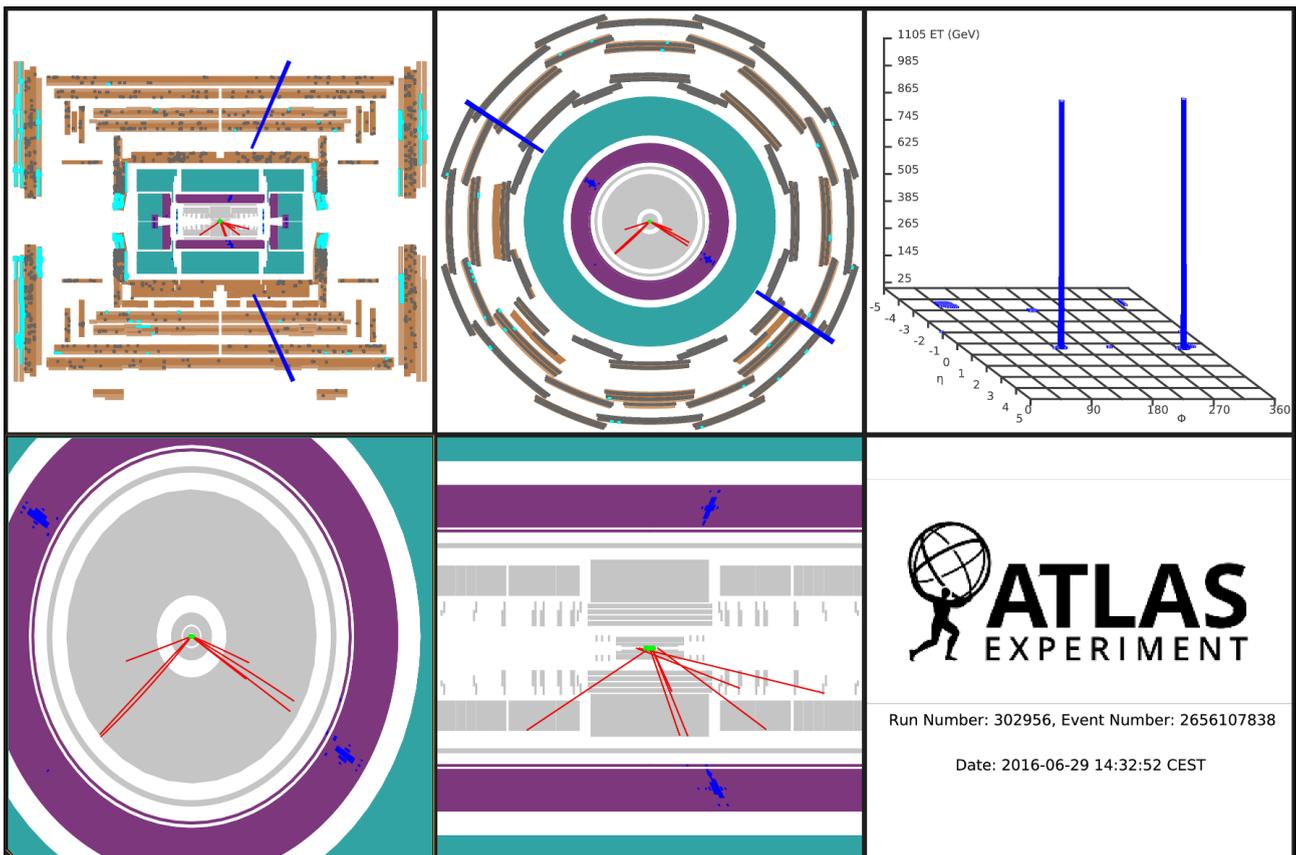


Fig. 5 – Événement avec production de deux photons isolés de haute énergie dans l’état final. Expérience ATLAS, LHC. Les deux photons gamma se convertissent dans le détecteur, et forment deux gerbes de particules chargées (dépôts d’énergie indiqués en bleu)