**NOM :**

**PRÉNOM :**

**N° ÉTUDIANT :**

SCIENCES SORBONNE UNIVERSITÉ

LICENCE DE PHYSIQUE — RELATIVITÉ RESTREINTE

# INTERROGATION ÉCRITE

Parcours SPRINT & Double Majeure PM — Année Universitaire 2023–2024

Interrogation n°1 : durée 15 minutes

*Documents, ordinateurs, tablettes et téléphones sont interdits.*

*Les calculatrices (basiques) sont autorisées.*

**[Total : 10 pts]**

## 1. Voyage spatial et gravité artificielle

On considère un vaisseau spatial cylindrique, de rayon $R = 40\,\mathrm{m}$, dont le centre de gravité se déplace dans l'espace selon l'axe du vaisseau à vitesse constante par rapport au système solaire, loin de tout astre massif. On appellera $\mathcal{R}$ le référentiel fixé au centre $O$ du vaisseau et dont les axes sont orientés vers les étoiles lointaines.

Afin de limiter les soucis de santé liés à de longs séjours en apesanteur, le vaisseau tourne sur lui-même à la vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$, constante, mesurée par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ : de cette manière, la force centrifuge ressentie par les passagers simulera une gravité artificielle. On appellera $\mathcal{R}'$ le référentiel solidaire du vaisseau : on fixera son origine en $O' = O$.

**1 pt** **1.1 —** Le référentiel $\mathcal{R}$ est-il galiléen ? Qu'en est-il du référentiel $\mathcal{R}'$ solidaire du vaisseau ? Justifiez vos réponses.

**2 pts** **1.2 —** Donnez l'expression de l'accélération d'entraînement $\mathbf{a}_\mathrm{e}$ à la distance $r = R$ de l'axe de rotation du vaisseau, en fonction de $R$ et $\omega$. Donnez de même l'expression de la force inertielle résultante $\mathbf{F}_\mathrm{e}$. Quelle force reconnaissez-vous ? Sur la figure 2, représentez $\mathbf{a}_\mathrm{e}$ et $\mathbf{F}_\mathrm{e}$ ressentie par chacun des trois passagers.

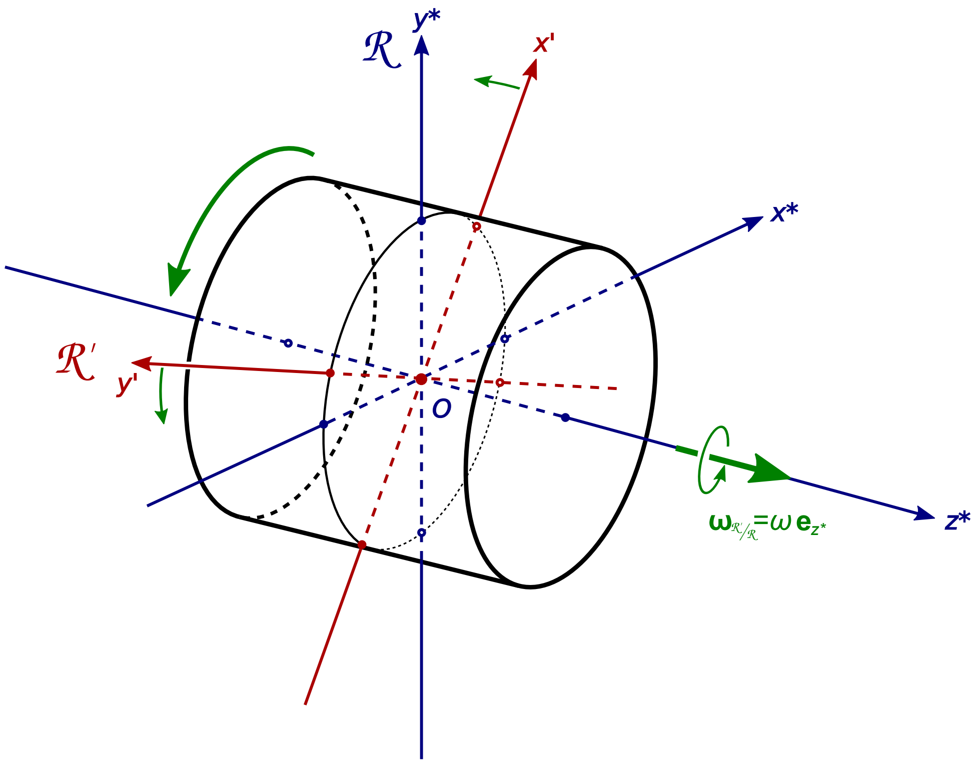


FIGURE 1 – *Schéma du vaisseau en rotation sur lui-même, afin de maintenir une "gravité artificielle" pour les passagers.*

**3 pts** **1.3 —** À quelle vitesse angulaire $\omega$ le vaisseau doit-il tourner sur lui-même pour générer l'équivalent de la pesanteur terrestre $g$ à la distance $R$ de l'axe du vaisseau ? Donnez l'expression de $\omega$ en fonction de $g$ et $R$. À combien de tours par minute cela correspond-il ? Applications numériques ($g \simeq 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, $R = 40\,\mathrm{m}$).

À l'instant $t = 0$, le cosmonaute $A$ lance sa clef à molette dans la direction de sa collègue $B$, à travers le vaisseau (fig. 2), à la vitesse $\mathbf{u'}$ (fig. 2), avec $u'(t = 0) = 5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. On souhaite prédire la trajectoire de la clef à molette dans le référentiel $\mathcal{R}'$ solidaire du vaisseau.

**2 pts** **1.4 —** Donnez les expressions de l'accélération $\mathbf{a}_\mathrm{c}$ et de la force de Coriolis $\mathbf{F}_\mathrm{c}$ pour la clef à molette (supposée ponctuelle) dans le référentiel $\mathcal{R}'$ solidaire du vaisseau ; calculez numériquement la norme $a_c$ de l'accélération de Coriolis à $t = 0$.

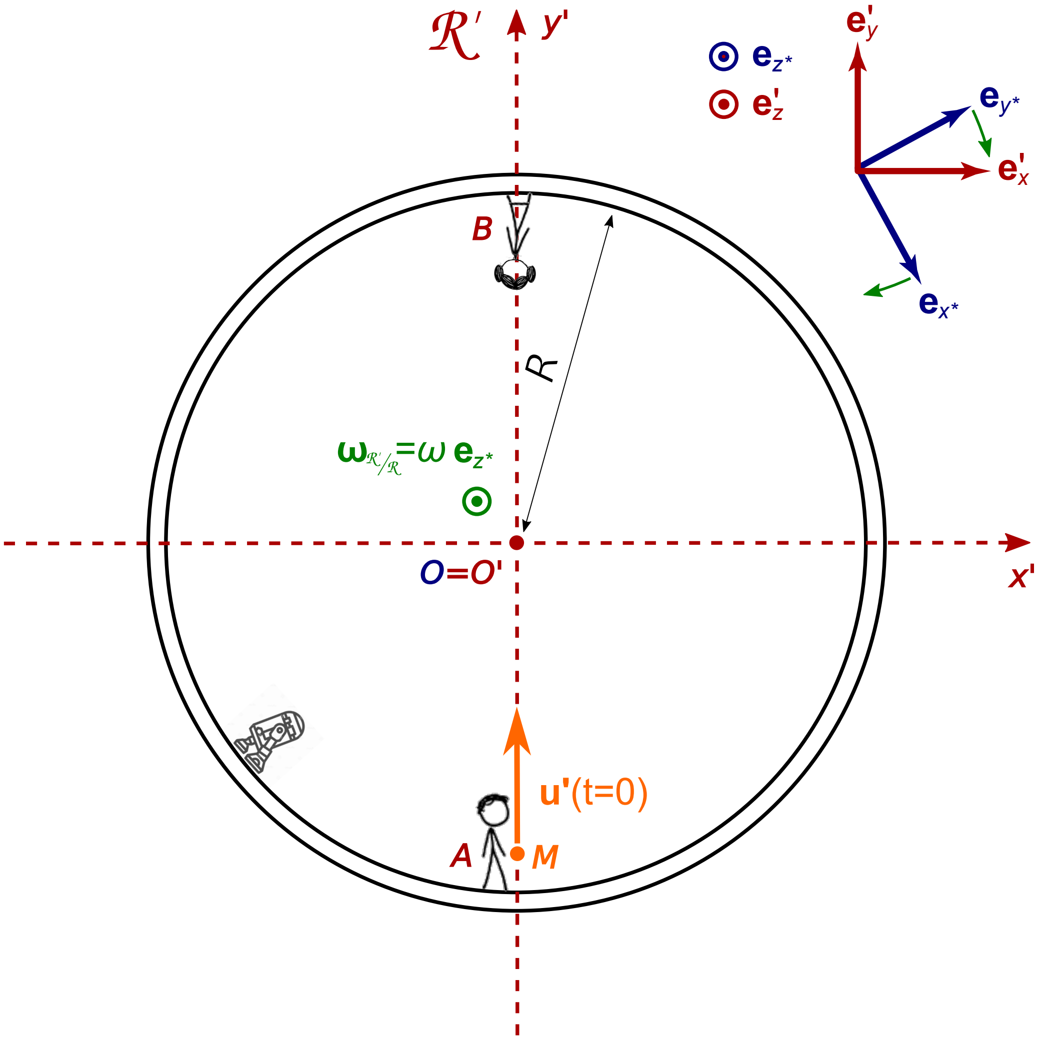


FIGURE 2 – *Schéma du vaisseau en rotation sur lui-même, dans le référentiel $\mathcal{R}'$ solidaire du vaisseau.*

**1 pt** **1.5 —** Sur la figure 2, représentez l'accélération de Coriolis, puis la force de Coriolis associée que subit la clef à molette.

**1 pt** **1.6 —** Complétez la figure 2 en y dessinant l'allure de la trajectoire de la clef à molette vue dans le référentiel tournant $\mathcal{R}'$ solidaire du vaisseau.

**Rappels : transformation de la vitesse et de l'accélération entre un référentiel galiléen et un référentiel non-galiléen. Généralisation de la deuxième loi de Newton (RFD). Forces inertielles.** Soient deux référentiels : un premier référentiel $\mathcal{R}$, galiléen (ou inertiel), et un second référentiel $\mathcal{R}'$, animé d'un mouvement quelconque par rapport à $\mathcal{R}$ et par conséquent non galiléen. On appelle $O$ et $O'$ les origines choisies dans les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$, respectivement. De plus, on note $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$ le vecteur vitesse angulaire instantané de rotation du référentiel $\mathcal{R}'$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$.

Considérons un point matériel $M$ en mouvement quelconque, dont la position à chaque instant dans les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ est repérée par les vecteurs positions $\mathbf{r}(t) = \mathbf{OM}(t)$ et $\mathbf{r'}(t) = \mathbf{O'M}(t)$ respectivement.

Si on note $\mathbf{u}(t)$ la vitesse instantanée de $M$ mesurée dans le référentiel $\mathcal{R}$, et $\mathbf{u}'(t)$ sa vitesse instantanée mesurée cette fois dans $\mathcal{R}'$, ces deux vitesses se déduisent l'une de l'autre par la relation :

$$\mathbf{u}(t) = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{OM}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} \qquad \mathbf{u}'(t) = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{O'M}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'} = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}'}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'}$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{v}_{O'/\mathcal{R}} + \mathbf{u}'(t) + \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \mathbf{O'M}.$$

Si on note $\mathbf{a}(t)$ l'accélération de $M$ dans le référentiel $\mathcal{R}$, et $\mathbf{a}'(t)$ son accélération dans $\mathcal{R}'$, on aura, en dérivant la relation précédente (et en utilisant la relation de Varignon),

$$\mathbf{a}(t) = \left(\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{OM}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{\mathcal{R}} \qquad \mathbf{a}'(t) = \left(\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{O'M}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{\mathcal{R}'} \qquad \mathbf{a}(t) = \mathbf{a}'(t) + \mathbf{a}_{\mathrm{e}} + \mathbf{a}_{\mathrm{c}}$$

où les termes d'accélération supplémentaires sont ***l'accélération d'entraînement*** $\mathbf{a}_{\mathrm{e}}$ et ***l'accélération de Coriolis*** $\mathbf{a}_{\mathrm{c}}$ qui s'écrivent respectivement :

$$\mathbf{a}_{\mathrm{e}} = \mathbf{a}_{\mathrm{e}/\mathcal{R}} = \mathbf{a}(O'/\mathcal{R}) + \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \left(\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \mathbf{O'M}\right) + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t} \times \mathbf{O'M} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{a}_{\mathrm{c}} = 2\,\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \mathbf{u}'$$

Si on considère un mobile $M$ de masse $m$ dans le référentiel non galiléen $\mathcal{R}'$, la deuxième loi de Newton (RFD) se généralise sous la forme :

$$m\mathbf{a}' = \sum \mathbf{F}_{\mathrm{ext}} - m\,\mathbf{a}_{\mathrm{e}} - m\,\mathbf{a}_{\mathrm{c}} = \sum \mathbf{F}_{\mathrm{ext}} + \mathbf{F}_{\mathrm{e}} + \mathbf{F}_{\mathrm{c}}$$

avec $\mathbf{F}_{\mathrm{e}} = -m\,\mathbf{a}_{\mathrm{e}}$ la force inertielle d'entraînement et $\mathbf{F}_{\mathrm{c}} = -m\,\mathbf{a}_{\mathrm{c}}$ la force inertielle de Coriolis.

**Double produit vectoriel.** Une relation utile, notamment en physique, est la formule du double produit vectoriel : si $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ sont trois vecteurs quelconques, alors :

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\ \mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\ \mathbf{C}.$$