Nom :

Prénom :

N° Étudiant :

Licence de Physique — Relativité Restreinte

Interrogation Écrite

Parcours SPRINT & Double Majeure PM — Année Universitaire 2024–2025

Interrogation n°1 : durée 15 minutes

Documents, ordinateurs, tablettes et téléphones sont interdits.

Les calculatrices (basiques) sont autorisées.

[Total : 10 pts]

1. Mécanique dans un train en mouvement

Vous traiterez cet exercice dans le cadre de la mécanique classique.

On raisonnera dans le référentiel local terrestre $\mathcal{R}$, qu'on supposera galiléen/inertiel. On munit $\mathcal{R}$ d'une origine arbitraire O et d'un trièdre direct $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$, où le vecteur $\mathbf{e}_z$ est orienté selon la verticale locale, et $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ sont dans le plan horizontal.

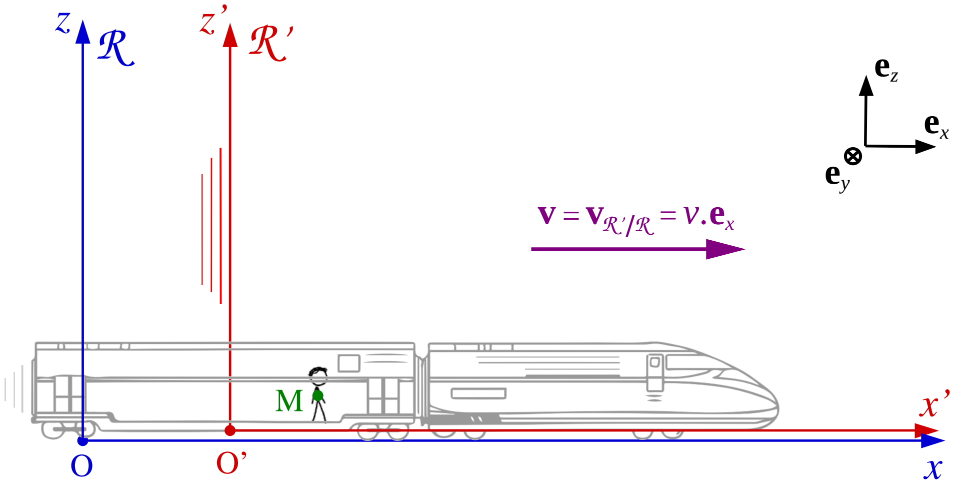

Figure 1 – *Référentiels du sol et du TGV.*

Un train à grande vitesse (TGV) se déplace en ligne droite à la vitesse $v = 288\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$. On considère le référentiel du train, que l'on note $\mathcal{R}'$; on munit ce référentiel d'une origine arbitraire O', et du même trièdre $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ que précédemment. On choisit l'orientation de $\mathbf{e}_x$ dans la direction du mouvement du train : la vitesse relative $\mathbf{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$ s'écrit ainsi $\mathbf{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = v\,\mathbf{e}_x$. On prendra l'origine du temps t à l'instant où les origines O et O' coïncident (figure 1).

On considère un passager de centre de gravité M dont on analyse le mouvement dans les deux référentiels, celui du sol et celui du train. On repère à chaque instant la position de M dans $\mathcal{R}$ par le vecteur position $\mathbf{r}(t) = \mathbf{OM}(t) : (x, y, z)$, et par le vecteur position $\mathbf{r'}(t) = \mathbf{O'M}(t) : (x', y', z')$ dans $\mathcal{R}'$.

0.5 pt **1.1 —** Le référentiel du train est-il galiléen/inertiel ?

2 pts **1.2 —** Rappelez l'expression de la transformation de Galilée entre $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$: donnez l'expression sous forme vectorielle ; puis donnez les expressions des coordonnées (x', y', z') du mobile dans le référentiel du train en fonction de ses coordonnées (x, y, z) dans le référentiel local terrestre.

2 pts **1.3 —** Rappelez la loi classique de composition des vitesses entre les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$. On notera respectivement $\mathbf{u}(t) : (u_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t, u_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t, u_z = \mathrm{d}z/\mathrm{d}t)$ la vitesse du mobile M dans $\mathcal{R}$, et $\mathbf{u'}(t) : (u'_x = \mathrm{d}x'/\mathrm{d}t, u'_y = \mathrm{d}y'/\mathrm{d}t, u'_z = \mathrm{d}z'/\mathrm{d}t)$ sa vitesse dans $\mathcal{R}'$. Donnez la loi de composition des vitesses sous forme vectorielle, puis en composantes.

1 pt **1.4 —** Un passager du train se déplace à $1\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ le long du train, depuis la motrice vers la queue du train. Donnez l'expression de sa vitesse dans les deux référentiels (vous donnerez toutes les composantes). Application numérique pour u'_x et u_x (*attention aux unités*).

Freinage du train

En raison du signalement d'un objet sur la voie, le TGV freine. On suppose qu'il décélère avec une accélération constante négative $\mathbf{a}_{O'/\mathcal{R}} = a_x\,\mathbf{e}_x$ avec $a_x = -1\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

0.5 pt **1.5 —** Le référentiel du TGV est-il toujours galiléen ? Justifiez.

À l'approche des fêtes, la voiture-bar du TGV a été décorée : une boule de Noël a été accrochée avec un fil au plafond de la voiture-bar, au centre du wagon (fig. 2).

1 pt **1.6 —** Pendant la phase de freinage du train, représentez la boule de Noël, le fil qui la retient au plafond, et l'ensemble des forces (et éventuelles pseudo-forces inertielles) qui s'exercent sur la boule de Noël dans le référentiel $\mathcal{R}'$ du train.

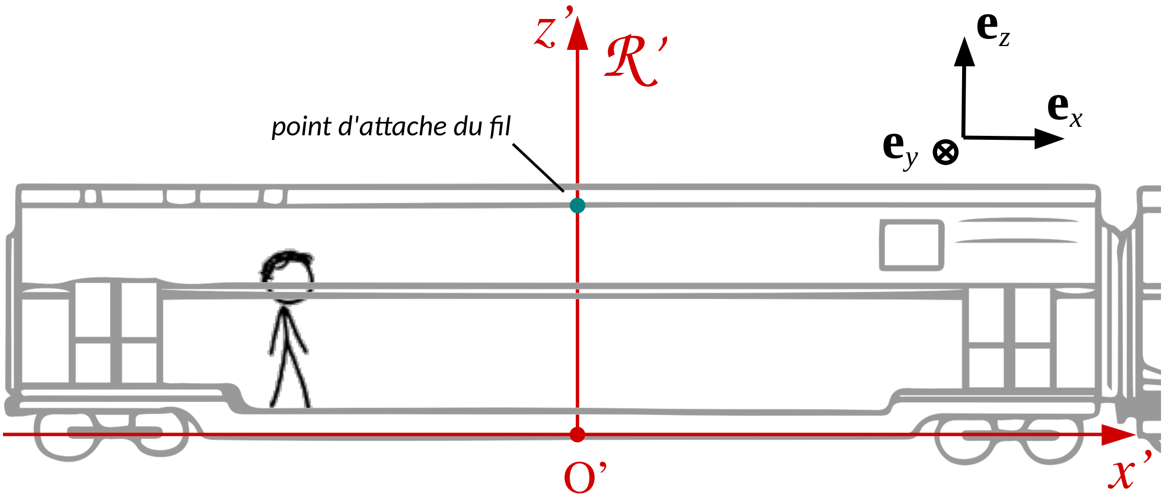

FIGURE 2 – *Voiture-bar du TGV. Représentez la boule de Noël suspendue au plafond lorsque le TGV freine, le fil qui la retient et toutes les forces et éventuelles pseudo-forces inertielles qui s'exercent sur la boule dans $\mathcal{R}'$.*

2 pts **1.7 —** Que vaut l'angle du fil avec la verticale pendant le freinage du train ?

Arrivée du train dans un virage

Après avoir repris sa vitesse de croisière ($288\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$), le TGV arrive dans une section courbe de la voie ferrée (virage). Dans le virage, le TGV maintient sa vitesse de $288\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$ par rapport aux rails, mais sa trajectoire est désormais circulaire.

1 pt **1.8 —** Sur la figure 3 ci-dessous, représentez les pseudo-forces inertielles qu'un objet immobile M subit dans le référentiel $\mathcal{R}'$ du train lorsque le train parcourt la partie courbe de la voie ferrée.

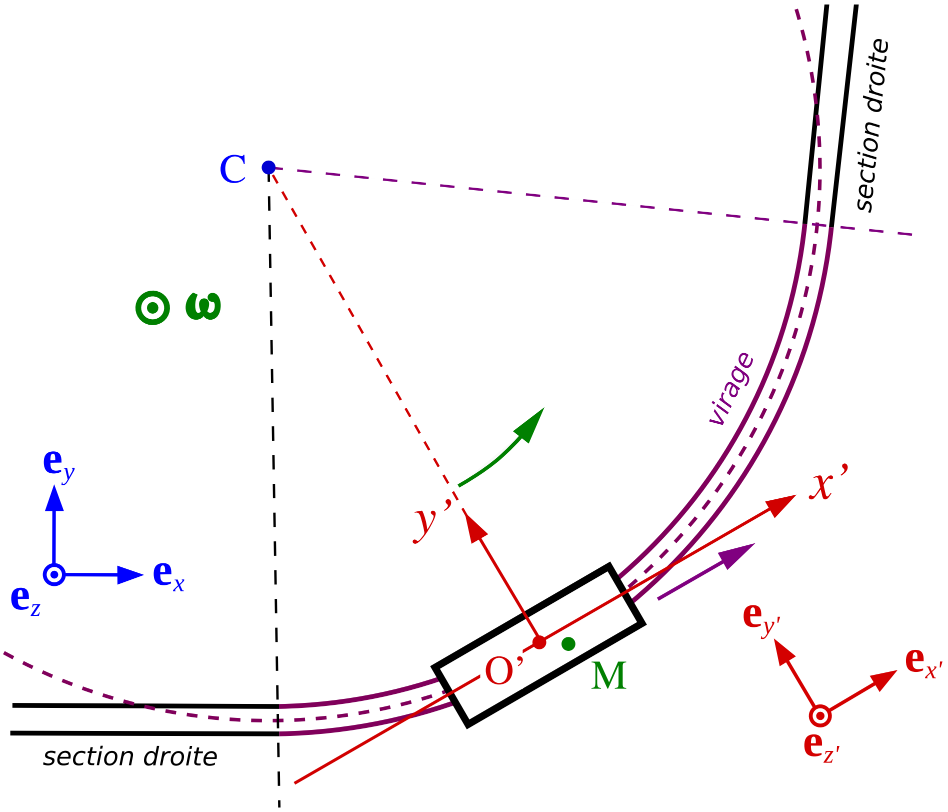

FIGURE 3 – *Le TGV circule dans une section courbe de la voie ferrée. Représentez les pseudo-forces inertielles qui s'exercent sur l'objet M, qu'on suppose immobile (la boule de Noël suspendue par son fil par exemple).*

Rappels : transformation de la vitesse et de l'accélération entre un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen et un référentiel $\mathcal{R}'$ non-galiléen. Généralisation de la deuxième loi de Newton (RFD). Pseudo-forces inertielles. Soient deux référentiels : un premier référentiel $\mathcal{R}$, galiléen (ou inertiel), et un second référentiel $\mathcal{R}'$, animé d'un mouvement quelconque par rapport à $\mathcal{R}$ et par conséquent non galiléen. On appelle O et O' les origines choisies dans les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$, respectivement. De plus, on note $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$ le vecteur vitesse angulaire instantané de rotation du référentiel $\mathcal{R}'$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$.

Considérons un point matériel M en mouvement quelconque, dont la position à chaque instant dans les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ est repérée par les vecteurs positions $\mathbf{r}(t) = \mathbf{OM}(t)$ et $\mathbf{r'}(t) = \mathbf{O'M}(t)$ respectivement.

Si on note $\mathbf{u}(t)$ la vitesse instantanée de M mesurée dans le référentiel $\mathcal{R}$, et $\mathbf{u}'(t)$ sa vitesse instantanée mesurée cette fois dans $\mathcal{R}'$, ces deux vitesses se déduisent l'une de l'autre par la relation :

$$\mathbf{u}(t) = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{OM}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} \qquad \mathbf{u}'(t) = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{O'M}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'} = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{r'}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'}$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{v}_{O'/\mathcal{R}} + \mathbf{u}'(t) + \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \mathbf{O'M}.$$

Si on note $\mathbf{a}(t)$ l'accélération de M dans le référentiel $\mathcal{R}$, et $\mathbf{a}'(t)$ son accélération dans $\mathcal{R}'$, on aura, en dérivant la relation précédente (et en utilisant la relation de Varignon),

$$\mathbf{a}(t) = \left(\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{OM}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{\mathcal{R}} \qquad \mathbf{a}'(t) = \left(\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{O'M}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{\mathcal{R}'} \qquad \mathbf{a}(t) = \mathbf{a}'(t) + \mathbf{a}_\mathrm{e} + \mathbf{a}_\mathrm{c}$$

où les termes d'accélération supplémentaires sont ***l'accélération d'entraînement*** $\mathbf{a}_\mathrm{e}$ et ***l'accélération de Coriolis*** $\mathbf{a}_\mathrm{c}$ qui s'écrivent respectivement :

$$\mathbf{a}_\mathrm{e} = \mathbf{a}_{\mathrm{e}/\mathcal{R}} = \mathbf{a}(O'/\mathcal{R}) + \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \left(\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \mathbf{O'M}\right) + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t} \times \mathbf{O'M} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{a}_\mathrm{c} = 2\,\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \times \mathbf{u}'$$

Si on considère un mobile M de masse m dans le référentiel non galiléen $\mathcal{R}'$, la deuxième loi de Newton (RFD) se généralise sous la forme :

$$m\mathbf{a}' = \sum \mathbf{F}_\text{ext} - m\,\mathbf{a}_\mathrm{e} - m\,\mathbf{a}_\mathrm{c} = \sum \mathbf{F}_\text{ext} + \mathbf{F}_\mathrm{e} + \mathbf{F}_\mathrm{c}$$

avec $\mathbf{F}_\mathrm{e} = -m\,\mathbf{a}_\mathrm{e}$ la force inertielle d'entraînement et $\mathbf{F}_\mathrm{c} = -m\,\mathbf{a}_\mathrm{c}$ la force inertielle de Coriolis.

Double produit vectoriel. Une relation utile, notamment en physique, est la formule du double produit vectoriel : si $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ sont trois vecteurs quelconques, alors :

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\ \mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\ \mathbf{C}.$$